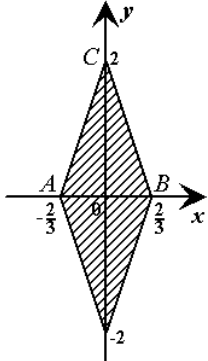
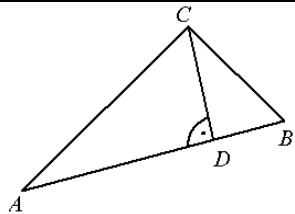
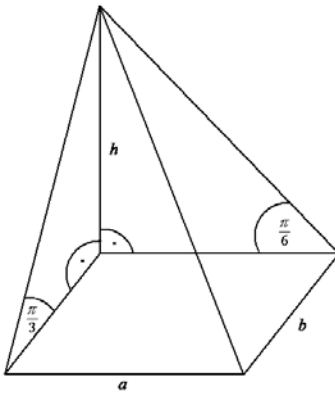


**SCHEMAT OCENIANIA ARKUSZA EGZAMINACYJNEGO II**

Nr zadania	Etapy rozwiązania zadania:	Modelowy wynik etapu	Liczba punktów	
12	12.1	Przekształcenie wzoru funkcji do postaci ogólnej funkcji kwadratowej.	$f(x) = 3x^2 - 2(a+b+c)x + (ab+bc+ac)$	1
	12.2	Wyznaczenie wyróżnika funkcji kwadratowej ( w tym 1 p. za metodę oraz 1 p. za przekształcenia).	$\Delta = 2[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]$	2
	12.3	Uzasadnienie, że wyróżnik jest nie-ujemny.	$\Delta \geq 0$ dla dowolnych rzeczywistych $a, b, c$ stąd funkcja $f$ ma co najmniej jedno miejsce zerowe	1
13	13.1	Zapisanie warunków jakie muszą być spełnione, aby wyrażenie $\log_m(x-1)$ miało sens.	$x \in (1; +\infty)$ i $m \in (0; 1) \cup (1; +\infty)$	1
	13.2	Zapisanie alternatywy równań logarytmicznych równoważnej danemu równaniu.	$\log_m(x-1) = 1$ lub $\log_m(x-2) = -2$	1
	13.3	Rozwiązanie alternatywy równań logarytmicznych w zależności od parametru $m$ .	$x = m + 1$ lub $x = 1 + \frac{1}{m^2}$	1
	13.4	Zapisanie warunków, dla których każda liczba spełniająca równanie jest mniejsza od 3.	$1 < m + 1 < 3$ i $1 < 1 + \frac{1}{m^2} < 3$	1
	13.5	Wyznaczenie wszystkich wartości parametru $m$ spełniających warunki zadania ( w tym 1 p. za metodę oraz 1 p. za obliczenia).	$m \in (\frac{\sqrt{2}}{2}; 1) \cup (1; 2)$	2
14	14.1	Przekształcenie podanego równania.	$(x + \frac{a}{2})^2 + (y + \frac{b}{2})^2 = (\frac{a-b}{2})^2$	1
	14.2	Uzasadnienie, że otrzymane równanie jest równaniem okręgu.	Ponieważ $a \neq b$ , to $(\frac{a-b}{2})^2 > 0$ . Otrzymane równanie przedstawia okrąg.	1
	14.3	Wyznaczenie współrzędnych środka i długości promienia okręgu.	$S = (-\frac{a}{2}; -\frac{b}{2})$ , $r = \frac{ a-b }{2}$	1
15	15.1	Przekształcenie wzoru funkcji po zastosowaniu wzorów redukcyjnych.	$f(x) = \sin 2x + \sin \left[ \frac{\pi}{2} - (\frac{\pi}{6} - 2x) \right]$ lub $f(x) = \cos(\frac{\pi}{2} - 2x) + \cos(\frac{\pi}{6} - 2x)$	1
	15.2	Przekształcenie wzoru funkcji po zastosowaniu wzoru na sumę sinusów lub kosinusów.	$f(x) = \sqrt{3} \sin(\frac{\pi}{6} + 2x)$ lub $f(x) = \sqrt{3} \cos(\frac{\pi}{3} - 2x)$	1
	15.3	Wyznaczenie największej i najmniejszej wartości funkcji ( w tym 1 p. za podanie wartości oraz 1 p. za uzasadnienie).	Najmniejsza wartość: $m = -\sqrt{3}$ Największa wartość: $M = \sqrt{3}$	2

16	16.1	Ułożenie alternatywy układów nierówności opisującej figurę $F$ ( w tym 1 p. za metodę oraz 1 p. za obliczenia).	$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + y \leq 2 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ y < 0 \\ 3x - y \leq 2 \end{cases}$ $\vee \begin{cases} x < 0 \\ y \geq 0 \\ -3x + y \leq 2 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x < 0 \\ y < 0 \\ -3x - y \leq 2 \end{cases}$	2
	16.2	Wyznaczenie współrzędnych wierzchołków figury $F$ .	$(-\frac{2}{3}; 0); (\frac{2}{3}; 0); (0; 2); (0; -2)$	1
	16.3	Sporządzenie rysunku i zaznaczenie figury $F$ .		1
	16.4	Obliczenie pola figury $F$ .	$P_F = 2P_{\Delta ABC} =  AB  \cdot  OC , P_F = \frac{8}{3}$	1
17	17.1	Sporządzenie rysunku z oznaczeniami lub opis oznaczeń.	 $\begin{aligned}  AB  &= 3\sqrt{2} \\  AC  &= 3 - \sqrt{3} \\  BC  &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$	1
	17.2	Wyznaczenie miary największego kąta.	$\cos \angle C = \frac{ AC ^2 +  BC ^2 -  AB ^2}{2 AC  \cdot  BC } = -\frac{1}{2}$ $ \angle C  = 120^\circ$	1
	17.3	Obliczenie pola trójkąta.	$P_{ABC} = \frac{1}{2} AC  \cdot  BC  \sin \angle C = \frac{3}{2}(3 - \sqrt{3})$	1
	17.4	Obliczanie długości wysokości poprowadzonej z wierzchołka kąta rozwartego.	$ CD  = \frac{2P_{\Delta ABC}}{ AB } = \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$	1
	17.5	Obliczanie długości promienia okręgu opisanego na trójkącie.	$R = \frac{ AB }{2 \sin \angle C} = \sqrt{6}$	1
18	18.1	Sporządzenie rysunku wraz z zaznaczeniem danych kątów.		1
	18.2	Wyznaczenie długości boków prostokąta w zależności od $h$ .	$a = h \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3}, b = h \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}$	1

	18.3	Wykazanie, że $a \cdot b = h^2$ ( w tym 1 p. za metodę oraz 1 p. za obliczenia).	$a \cdot b = h^2 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} = h^2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} = h^2$	2
	18.4	Obliczenie wysokości ostrosłupa.	$h = 3 \text{ dm}$	1
	18.5	Obliczenie objętości ostrosłupa.	$V = 9 \text{ dm}^3$	1
19	19.1	Opis zdarzeń losowych.	Np.: $A$ – zdarzenie polegające na otrzymaniu wygranej na pierwszej loterii, $B$ - zdarzenie polegające na otrzymaniu wygranej na drugiej loterii.	1
	19.2	Obliczenie prawdopodobieństwa wygranej w pierwszej loterii.	$P(A) = \frac{2}{n}$	1
	19.3	Obliczenie prawdopodobieństwa przegranej w drugiej loterii.	$P(B') = \frac{(2n-3)(n-1)}{(2n-1)n}$	1
	19.4	Obliczenie prawdopodobieństwa wygranej w drugiej loterii.	$P(B) = \frac{4n-3}{(2n-1)n}$	1
	19.5	Porównanie otrzymanych prawdopodobieństw.	Rozwiązanie jednej z nierówności: $P(A) \gg P(B)$ albo $P(A) \ll P(B)$ i wywnioskowanie, że $P(A) \gg P(B)$	1
20	20.1	Analiza zadania i wprowadzenie oznaczeń.	Np. $x$ – różnica ciągu arytmetycznego $a_1 = 1 - 50x$	1
	20.2	Wyznaczenie $a_{49}, a_{50}$ w zależności od $x$ .	$a_{49} = 1 - 2x, a_{50} = 1 - x$	1
	20.3	Zapisanie wyrażenia $\frac{a_1 \cdot a_{49}}{a_{50}}$ jako funkcji jednej zmiennej i podanie jej dziedziny.	$f(x) = \frac{(1-50x)(1-2x)}{1-x}, x \in (-\infty; 1)$	1
	20.4	Obliczenie pochodnej funkcji $f$ .	$f'(x) = \frac{-100x^2 + 200x - 51}{(1-x)^2}, x \in (-\infty; 1)$	1
	20.5	Rozwiązanie równania $f'(x) = 0$ .	$x = \frac{3}{10}$	1
	20.6	Uzasadnienie istnienia najmniejszej wartości funkcji $f$ (zbadanie monotoniczności funkcji $f$ w przedziale $(-\infty; 1)$ ).	Funkcja $f$ : maleje dla $x \in \left(-\infty; \frac{3}{10}\right)$ , rośnie dla $x \in \left(\frac{3}{10}; 1\right)$ , dla $x = \frac{3}{10}$ przyjmuje najmniejszą wartość	1
	20.7	Wyznaczenie najmniejszej wartości funkcji $f$ .	$f\left(\frac{3}{10}\right) = -8$	1
21	21.1	Wykorzystanie definicji potęgi o wykładniku równym zero.	$x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$ dla $x \neq 5$ (*)	1
	21.2	Rozwiązanie równania (*) ( w tym 1 p. za metodę oraz 1 p. za obliczenia).	$x_1 = -1, x_2 = 2, x_3 = 3$	2
	21.3	Analiza równania dla $x = 4$ .	Liczba spełniająca równanie: $x_4 = 4$	1
	21.4	Analiza równania dla $x = 6$ .	Liczba spełniająca równanie: $x_5 = 6$	1

**Za prawidłowe rozwiązanie każdego z zadań inną metodą od przedstawionej w schemacie przyznajemy maksymalną liczbę punktów.**