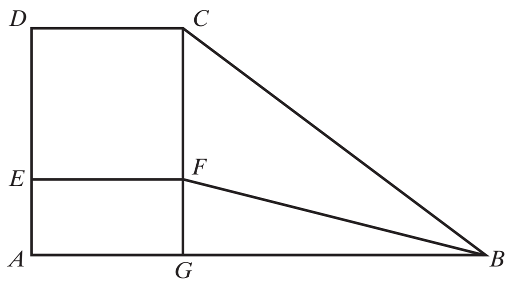
Modele odpowiedzi do arkusza Próbnej Matury z OPERONEM

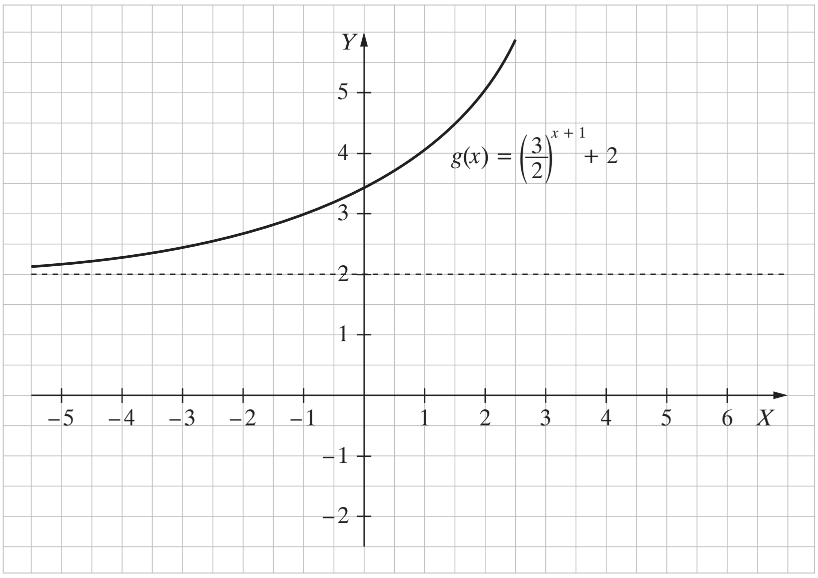
Matematyka
Poziom rozszerzony

Listopad 2008

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
μ 1.	Podanie dziedziny wyrażenia: $x \neq -2$ i $x \neq 6$.	1
	Skorzystanie z własności wartości bezwzględnej i doprowadzenie wyrażenia do postaci: $\left\|(x-2)^2-16\right\| \cdot \left\|\frac{2}{x^2-4x-12}\right\|$.	1
	Zastosowanie wzoru skróconego mnożenia i przekształcenie wyrażenia do postaci: $\left\|x^2-4x-12\right\| \cdot \frac{2}{\left\|x^2-4x-12\right\|}$.	1
	Doprowadzenie wyrażenia do najprostszej postaci: 2.	1
2.	Przekształcenie równania do postaci uporządkowanej: $x^2+(m+3)x-9=0$.	1
	Zapisanie warunku, przy którym równanie kwadratowe ma dwa rozwiązania: $\Delta \geqslant 0$ i stwierdzenie, że $m \in R$.	1
	Przekształcenie warunku $x_1^2+x_2^2+3x_1x_2=0$ do postaci: $\left(x_1+x_2\right)^2+x_1x_2=0$.	1
	Zastosowanie wzorów Viete'a: $\left(x_1+x_2\right)^2+x_1x_2=\left(-(m+3)\right)^2-9=m^2+6m=0$.	1
	Rozwiązanie równania kwadratowego i podanie odpowiedzi: $m=0$ lub $m=-6$.	1
3.	Zapisanie liczby a w postaci: $a=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}{4}=\frac{4+2\sqrt{3}}{4}=\frac{2+\sqrt{3}}{2}$.	1
	Zapisanie liczby b w postaci: $b=1-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{2-\sqrt{3}}{2}$.	1
	Przedstawienie wielomianu w postaci iloczynowej: $W(x)=x\left(4x^2-8x+1\right)$.	1
	Rozwiązanie równania kwadratowego i podanie pierwiastków wielomianu: $x_1=0,\ x_2=\frac{2-\sqrt{3}}{2},\ x_3=\frac{2+\sqrt{3}}{2}$. Stwierdzenie, że liczby a i b są pierwiastkami wielomianu.	1
4.	Zastosowanie własności ciągu geometrycznego i zapisanie równania: $\left(x^2+3x\right)^2=(x+3)(11x-2)$.	1
	Przekształcenie równania do postaci iloczynowej: $(x+3)(x^3+3x^2-11x+2)=0$	1

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Skorzystanie z twierdzenia Bezouta i obliczenie ilorazu wielomianu $x^3+3x^2-11x+2$ przez dwumian $x-2$: x^2+5x-1.	1
	Rozwiązanie równania x^2+5x-1: $x=\frac{-5-\sqrt{29}}{2}$ lub $x=\frac{-5+\sqrt{29}}{2}$.	1
	Sprawdzenie rozwiązań z warunkami zadania i zapisanie odpowiedzi: $x=2$.	1
5.	Zapisanie równania prostej l przechodzącej przez początek układu współrzędnych np. w postaci ogólnej: $-ax+y=0$.	1
	Zapisanie odległości prostej l od punktu A: $d(l,A)=\frac{\left\|-a\cdot(-3)+1\cdot(-4)+0\right\|}{\sqrt{(-a)^2+1^2}}$.	1
	Zapisanie równania: $\frac{\left\|-a\cdot(-3)+1\cdot(-4)+0\right\|}{\sqrt{(-a)^2+1^2}}=3$.	1
	Doprowadzenie równania do postaci: $3\cdot\sqrt{a^2+1}=\left\|3a-4\right\|$.	1
	Rozwiązanie równania i zapisanie równania prostej: $-\frac{7}{24}x+y=0$.	1
6.	Sporządzenie rysunku wraz z oznaczeniami: 	1
	Wykorzystanie równości pól figur do obliczenia wysokości trójkąta CBF: $\left\|BG\right\|=12$.	1
	Wykorzystanie równości pól do obliczenia wysokości trapezu $ABFE$: $\left\|FG\right\|=3$.	1
	Obliczenie długości odcinka $\left\|BF\right\|$: $\left\|BF\right\|=3\sqrt{17}$.	1
	Obliczenie długości odcinka $\left\|BC\right\|$: $\left\|BC\right\|=15$.	1
	Obliczenie obwodu: $Obw.=48$	1
	Obliczenie cosinusa $\sphericalangle CBF$: $\sphericalangle CBF=\frac{19\sqrt{17}}{85}$.	1
7.	Zastosowanie wzoru $\sin^2 x+\cos^2 x=1$ do zapisania równania w postaci: $2\left(1-\sin^2 x\right)=3\sin x$ i przekształcenia równania do postaci uporządkowanej: $2\sin^2 x+3\sin x-2=0$.	1

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Przekształcenie równania trygonometrycznego do postaci równania kwadratowego: np. $2t^2+3t-2=0$, gdzie $t=\sin x$ i $t\in(0,1)$.	1
	Rozwiązanie równania kwadratowego: $\sin x=-2$ lub $\sin x=\frac{1}{2}$.	1
	Uwzględnienie założeń i zapisanie rozwiązania równania trygonometrycznego: $x=\frac{\pi}{6}$.	1
8.	Zapisanie drugiego, trzeciego i piątego wyrazu ciągu za pomocą wyrazu pierwszego i różnicy: $a_2=a_1+r, a_3=a_1+2r, a_5=a_1+4r$.	1
	Zapisanie równania w postaci: $\frac{a_1}{a_1+r}=\frac{a_1+2r}{a_1+4r}$.	1
	Przekształcenie równania do postaci: $a_1r-2r^2=0$.	1
	Rozwiązanie równania i podanie odpowiedzi: $\left(r=0 \text{ i } a_1\in R_+\right)$ lub $\left(a_1=2r \text{ i } r\in R-\{0\}\right)$.	1
9.	Wprowadzenie oznaczeń: np. h – wysokość trójkąta równoramiennego odpowiadająca bokowi długości 6, r – promień okręgu wpisanego w trójkąt równoramienny, h_b – wysokość ściany bocznej ostrosłupa.	1
	Obliczenie wysokości trójkąta równoramiennego odpowiadającej bokowi długości 6: $h=4$.	1
	Obliczenie promienia okręgu wpisanego w trójkąt ABC: $r=\frac{3}{2}\text{ cm}$.	1
	Obliczenie wysokości ściany bocznej ostrosłupa: $h_b=\frac{5}{2}\text{ cm}$.	1
	Obliczenie pola powierzchni całkowitej ostrosłupa: 32cm^2.	1
10.	Wykorzystanie wzoru na liczbę permutacji bez powtórzeń zbioru $(x-2)$-elementowego oraz $(x-1)$-elementowego i zapisanie: $P_{(x-2)}=(x-2)!$, $P_{(x-1)}=(x-1)!$	1
	Wykorzystanie wzoru na liczbę 2-elementowych wariacji bez powtórzeń zbioru x-elementowego i zapisanie: $V_x^2=\frac{x!}{(x-2)!}$	1
	Zapisanie równania w postaci: $(x-2)!\cdot\frac{x!}{(x-2)!}=10\cdot(x-1)!$	1
	Rozwiązanie równania: $x=10$.	1
11.	Zapisanie wzoru funkcji g: $g(x)=\left(\frac{3}{2}\right)^{x+1}+2$.	1

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Narysowanie wykresu funkcji g: 	1
	Wskazanie największej liczby m, dla której równanie $g(x) = m$ nie ma rozwiązania: $m = 2$.	1