

Miejsce  
na naklejkę  
z kodem szkoły



POZNAŃ

# MATERIAŁ ĆWICZENIOWY Z MATEMATYKI

STYCZEŃ 2010

## POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 180 minut

### Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 18 stron (zadania 1 – 11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
4. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania może spowodować, że za to rozwiązanie możesz nie dostać pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
8. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za poprawne rozwiązanie.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie  
wszystkich zadań  
można otrzymać  
łącznie  
**50 punktów**

*Życzymy powodzenia.*

Wypełnia zdający  
przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

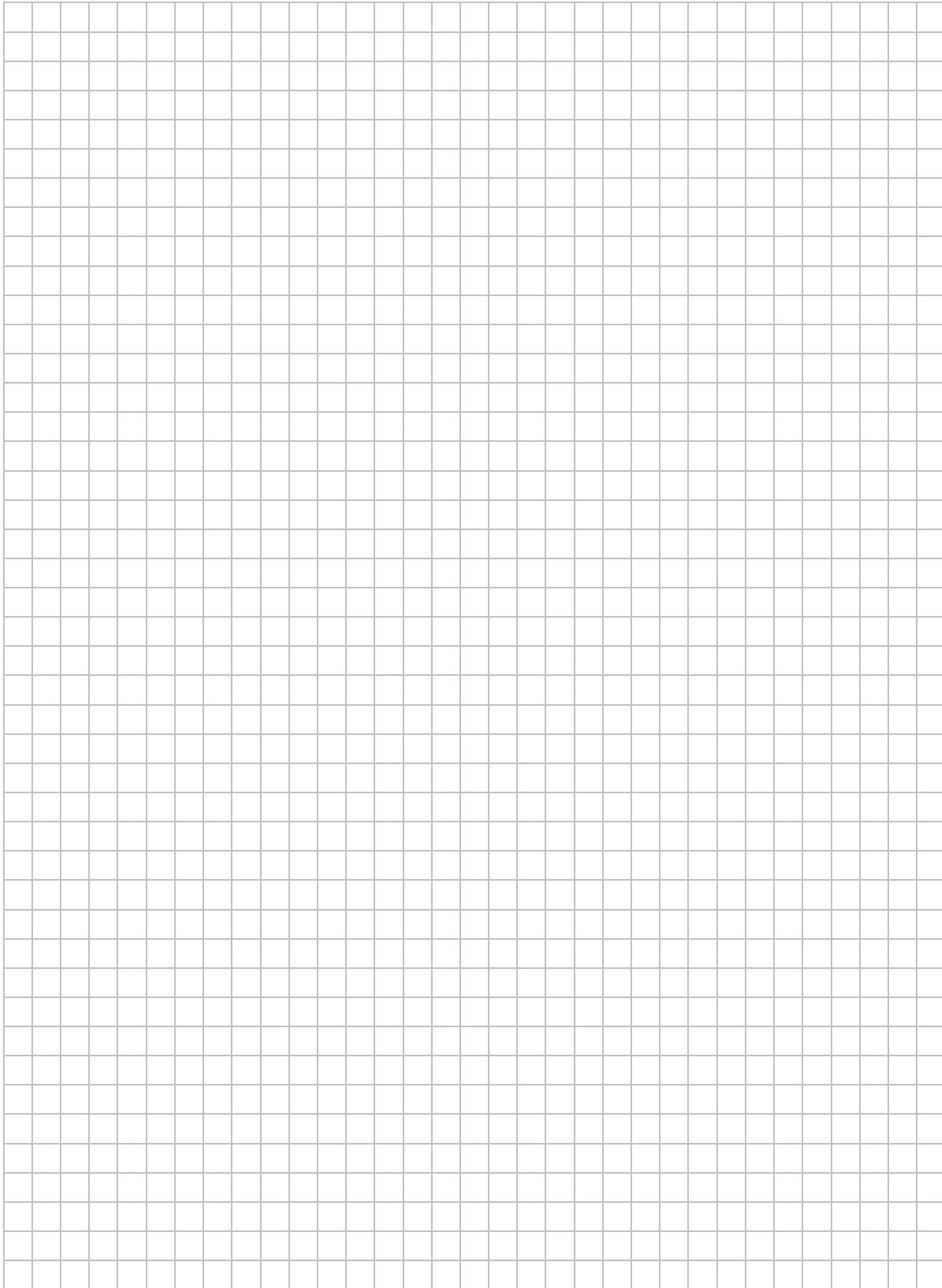
**PESEL ZDAJĄCEGO**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**KOD  
ZDAJĄCEGO**

**Zadanie 1. (5 pkt)**

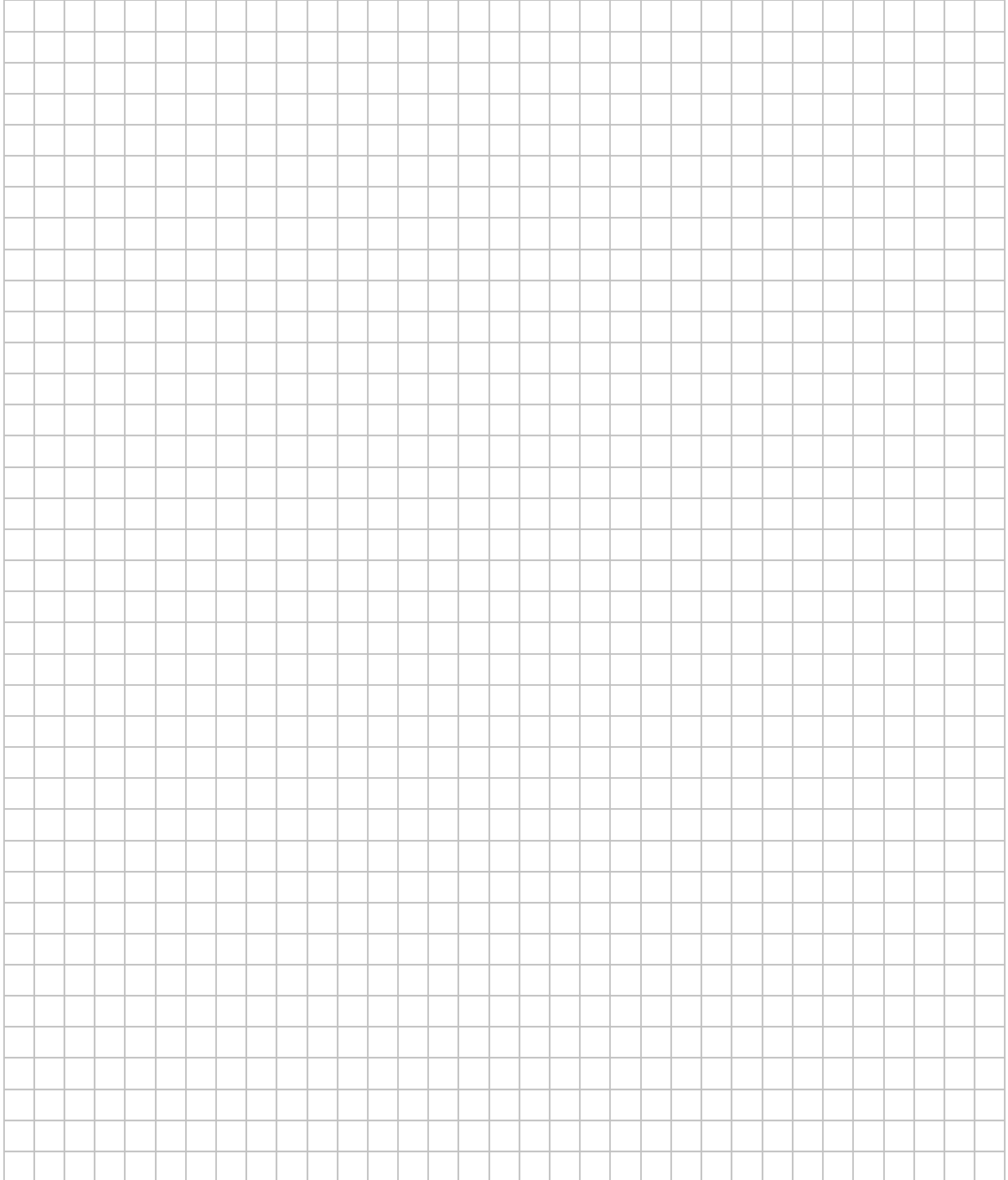
Udowodnij, że suma sześciątów trzech kolejnych liczb naturalnych jest podzielna przez 9.



**Zadanie 2. (4 pkt)**

Dla każdego  $n \in N_+$  wyrazy ciągu  $(a_n)$  spełniają dwa warunki  $a_n + a_{n+1} = \frac{-n^2 + 3n + 17}{n^2 + 1}$

i  $a_n - a_{n+1} = \frac{6n + 19}{n^2 + 1}$ . Oblicz, które wyrazy tego ciągu są dodatnie.

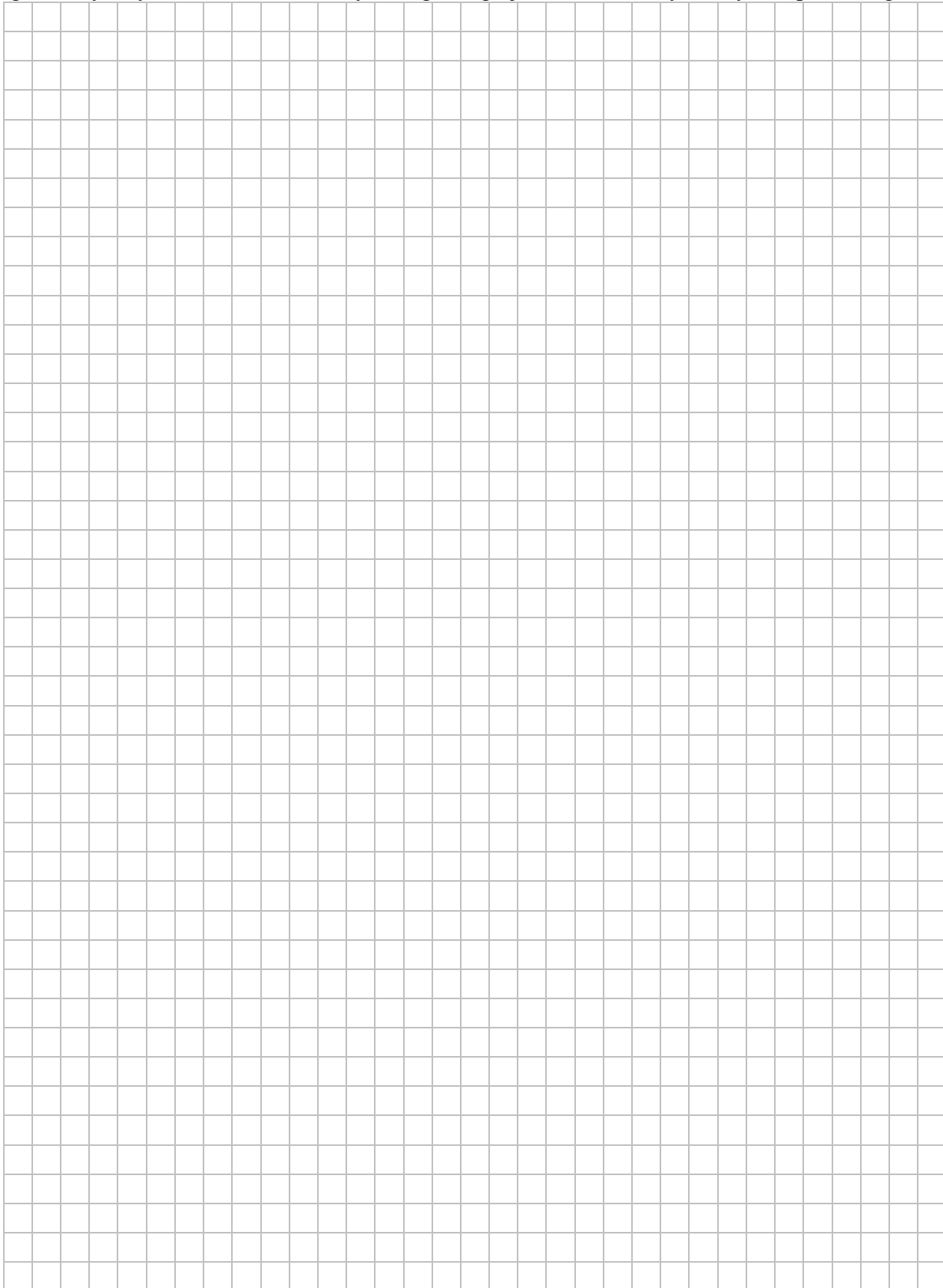


Odpowiedź: .....

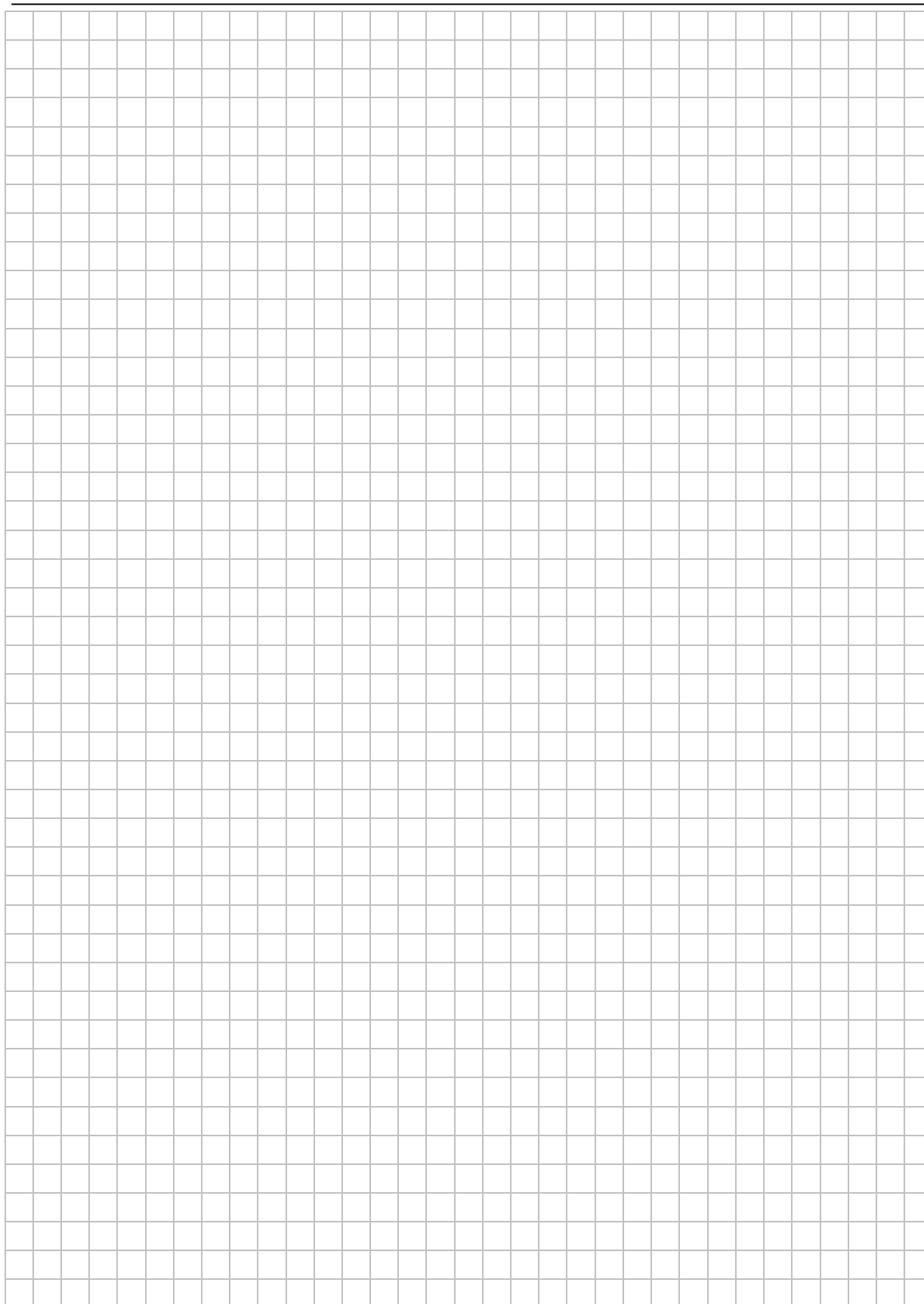
---

**Zadanie 3. (6 pkt)**

Liczbę 255 przedstaw w postaci czterech całkowitych składników tworzących rosnący ciąg geometryczny wiedząc, że trzeci wyraz tego ciągu jest o 45 większy od wyrazu pierwszego.



Wszystkie arkusze maturalne znajdziesz na stronie: [arkuszematuralne.pl](http://arkuszematuralne.pl)

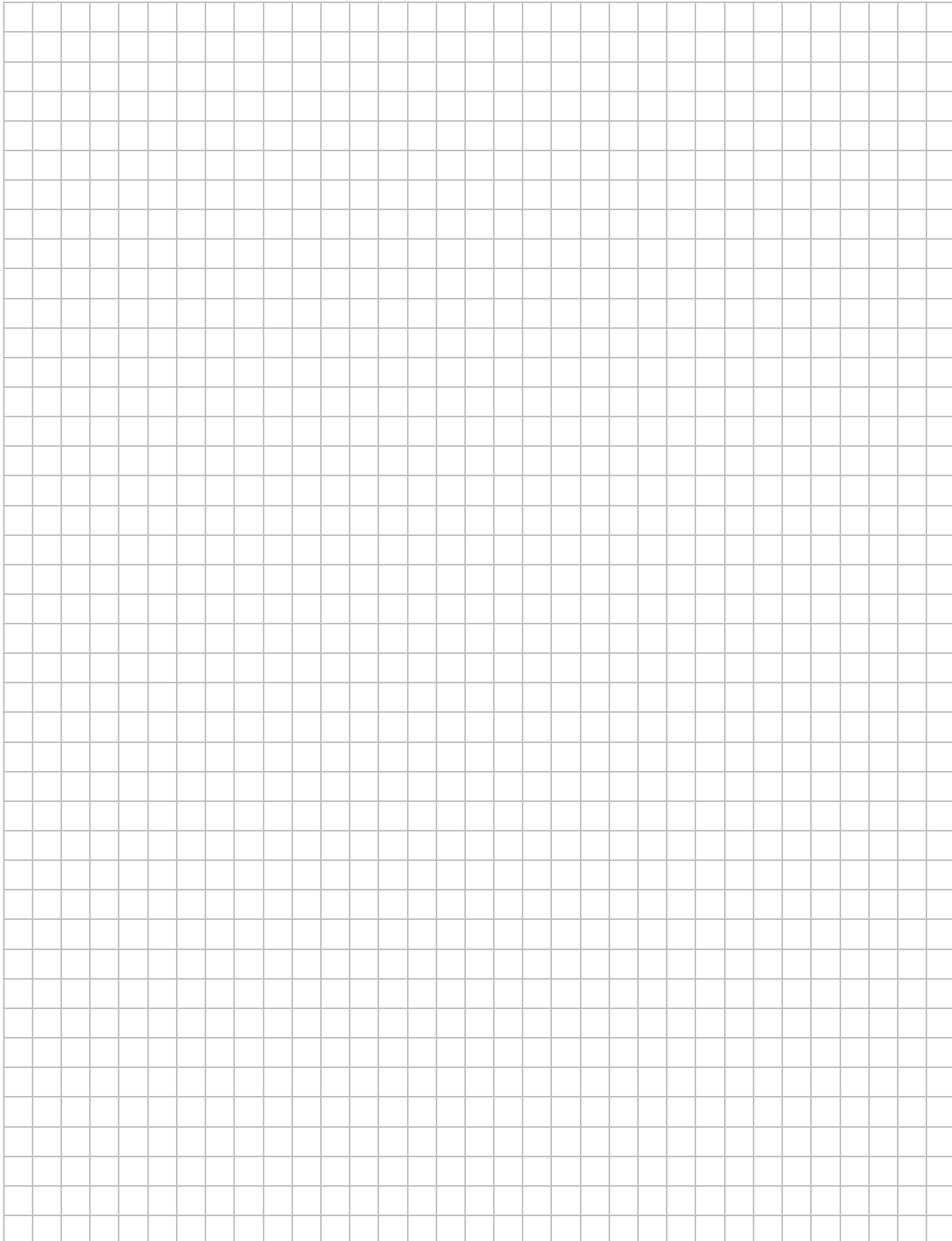


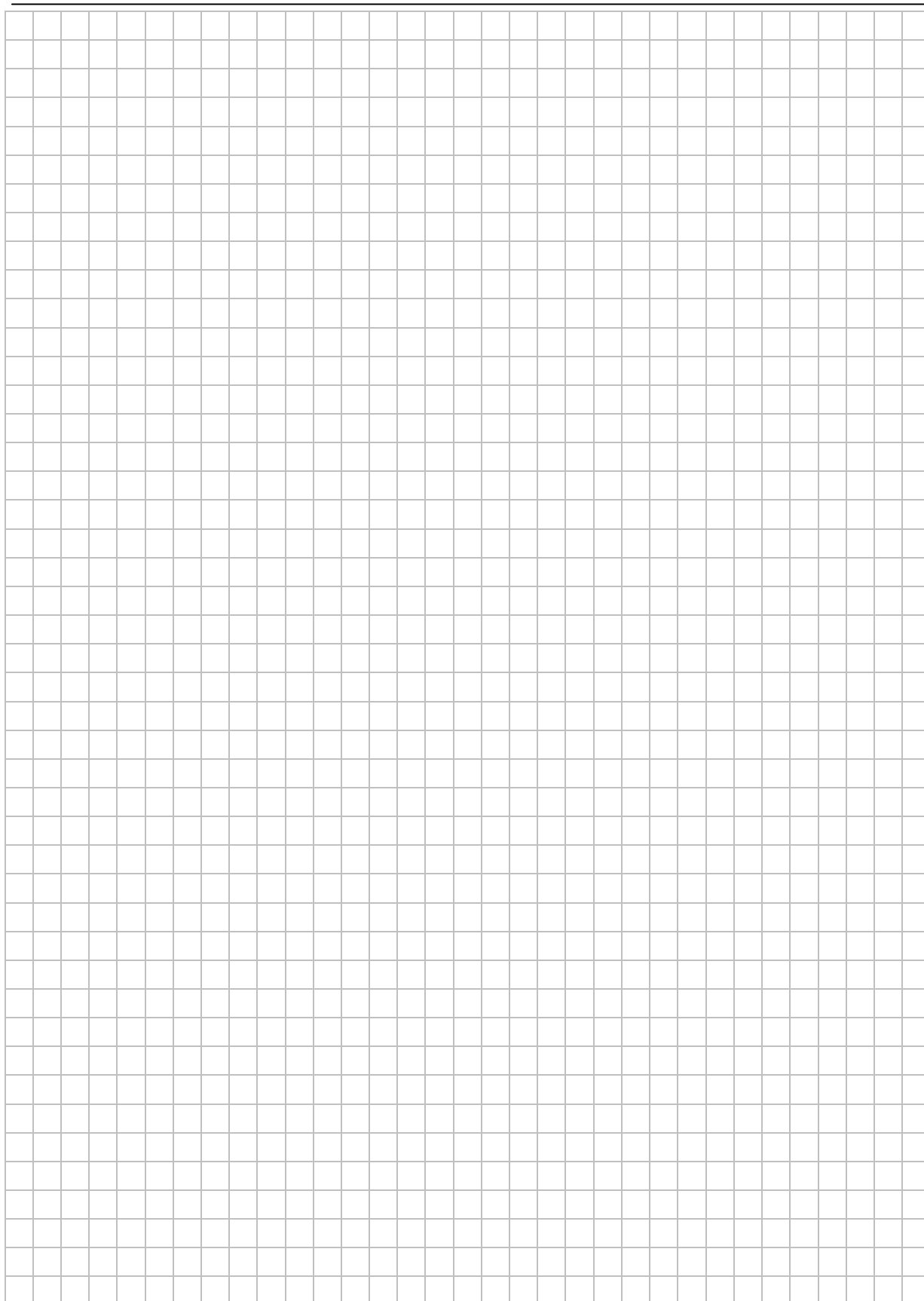
Odpowiedź: .....

**Zadanie 4. (4 pkt)**

Różnymi pierwiastkami równania kwadratowego  $(m-2)x^2 - 2x + 1 = 0$  są liczby  $x_1$  oraz  $x_2$ .

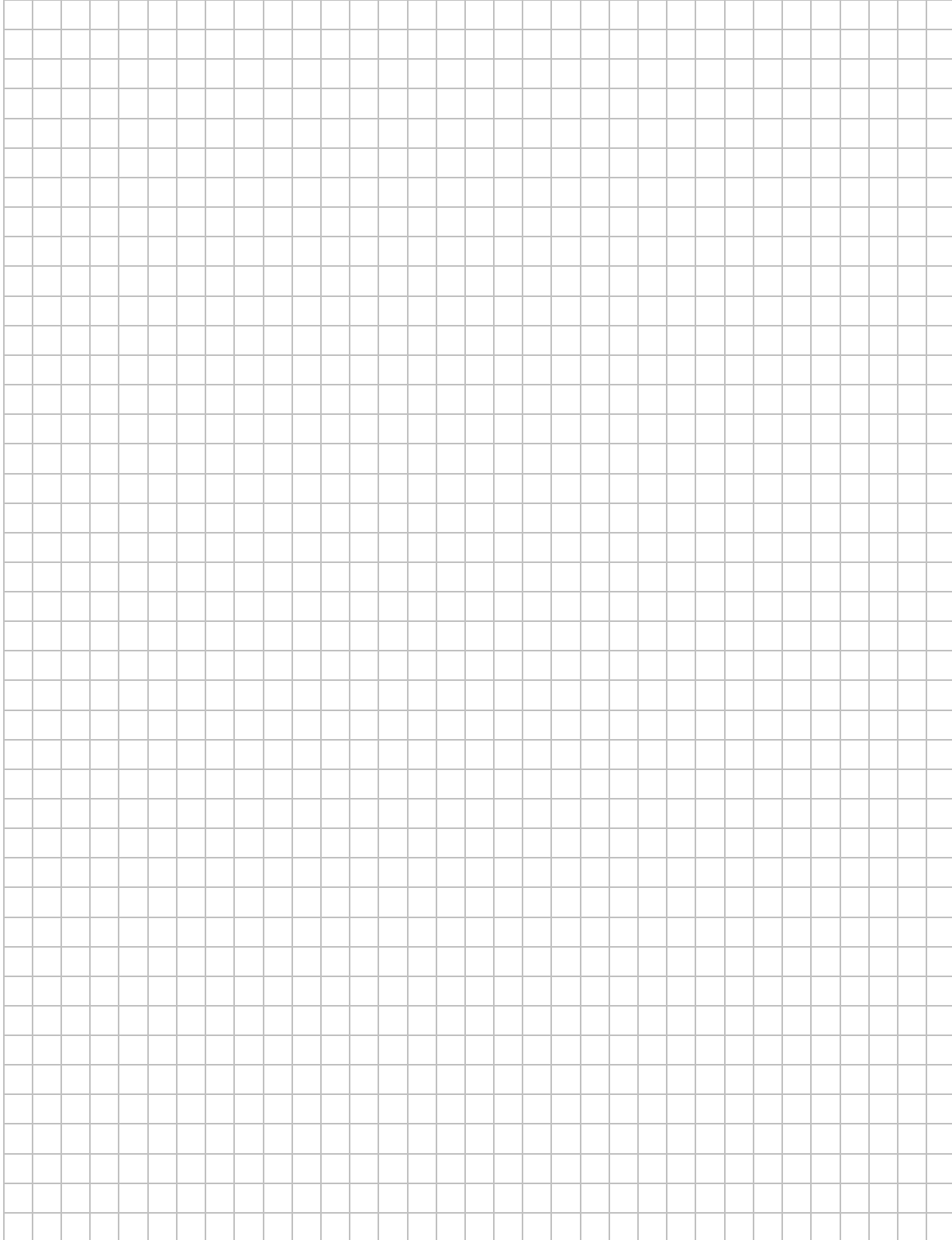
Narysuj wykres funkcji  $f(m) = |x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2|$ .





**Zadanie 5. (4 pkt)**

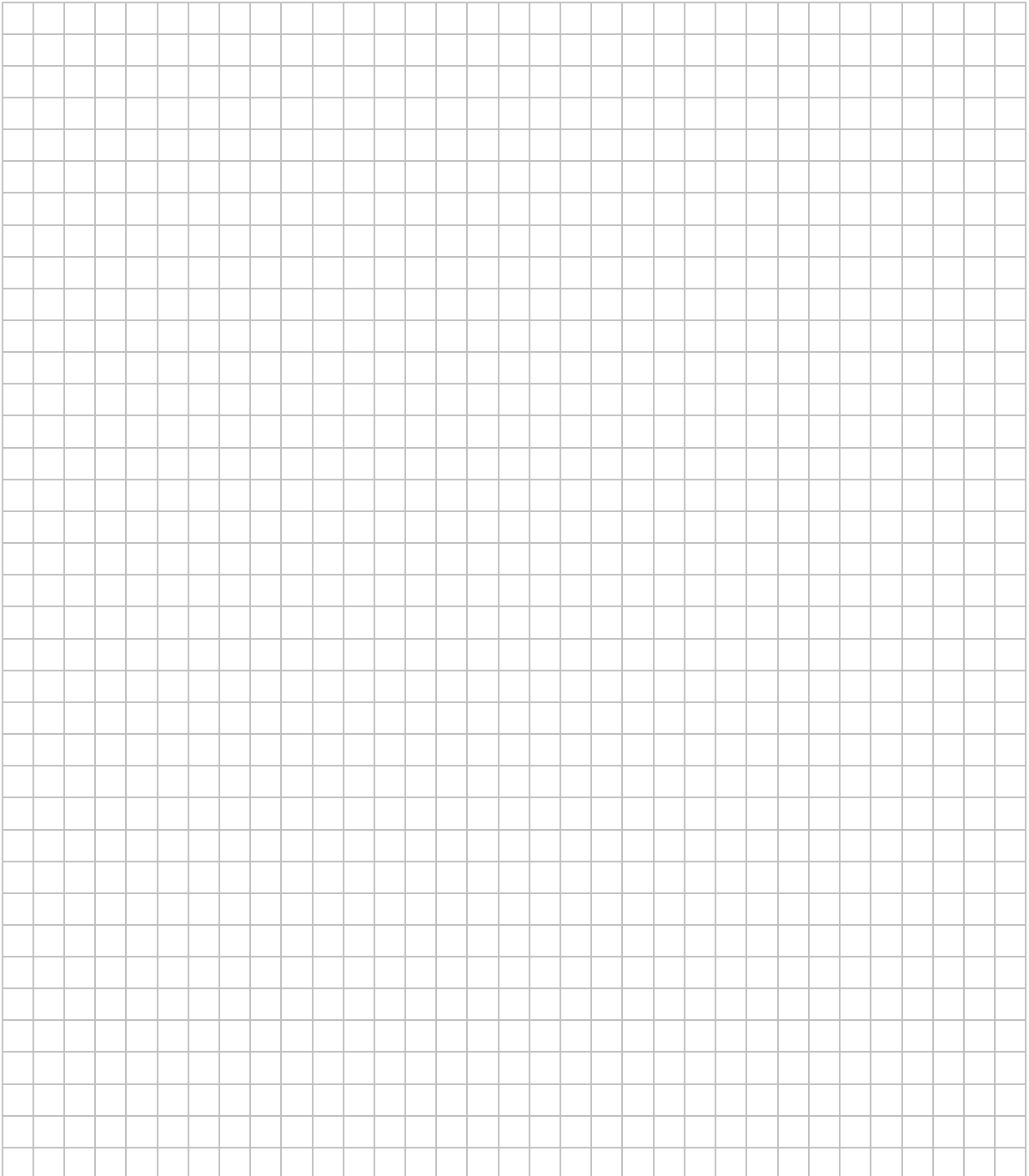
Wykaż, że w trójkącie prostokątnym suma długości obu przyprostokątnych jest równa sumie długości średnic okręgu wpisanego i opisanego na tym trójkącie.





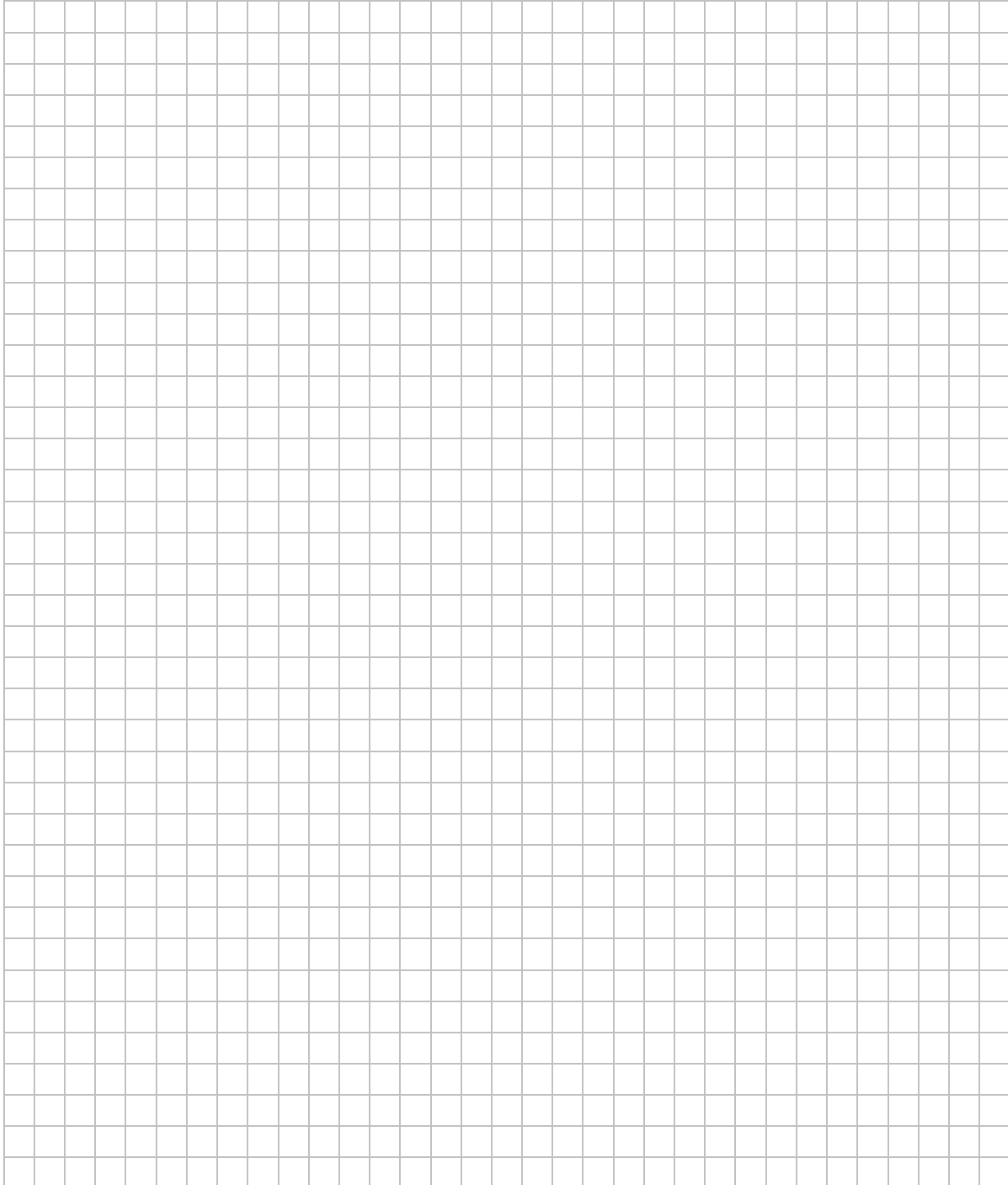
### Zadanie 6. (4 pkt)

Podstawą graniastosłupa prostego jest romb, którego krótsza przekątna ma długość  $c$ , a kąt ostry miarę  $2\alpha$ . Pole przekroju wyznaczonego przez krawędź boczną graniastosłupa i dłuższą przekątną podstawy wynosi  $P$ . Oblicz długość dłuższej przekątnej graniastosłupa, wykonaj rysunek bryły i zaznacz w nim właściwy przekrój.

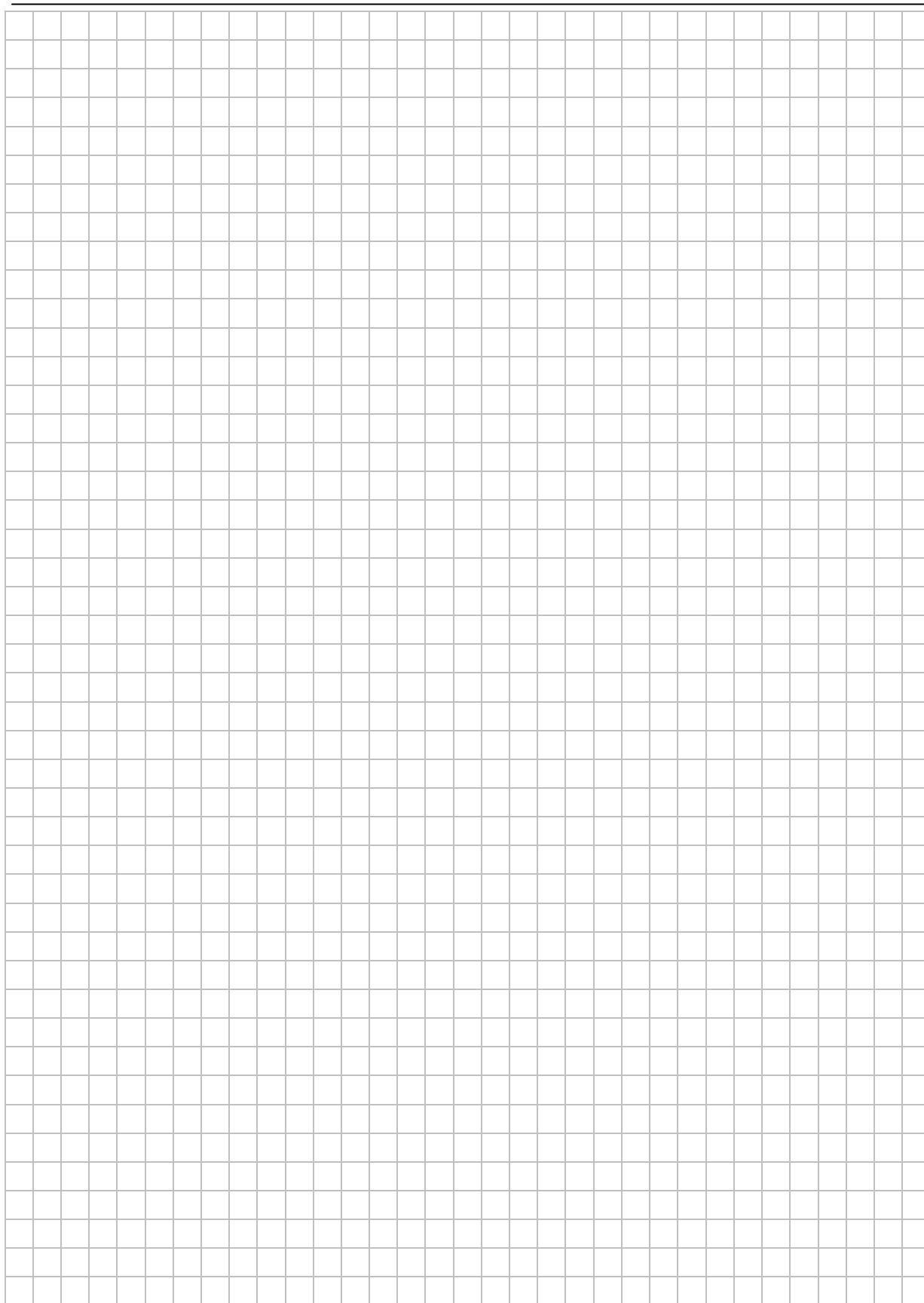


**Zadanie 7. (5 pkt)**

W czworokącie  $ABCD$  przekątne przecinają się w punkcie o współrzędnych  $P = (-3, 7)$  w taki sposób, że  $|PC| : |AP| = |PD| : |BP| = 1 : 3$ . Wiedząc, że  $\vec{AC} = [4, 6]$  i  $\vec{BD} = [-10, -2]$ , oblicz współrzędne wierzchołków tego czworokąta. Uzasadnij, że czworokąt  $ABCD$  jest trapezem.



Wszystkie arkusze maturalne znajdziesz na stronie: [arkuszematuralne.pl](http://arkuszematuralne.pl)

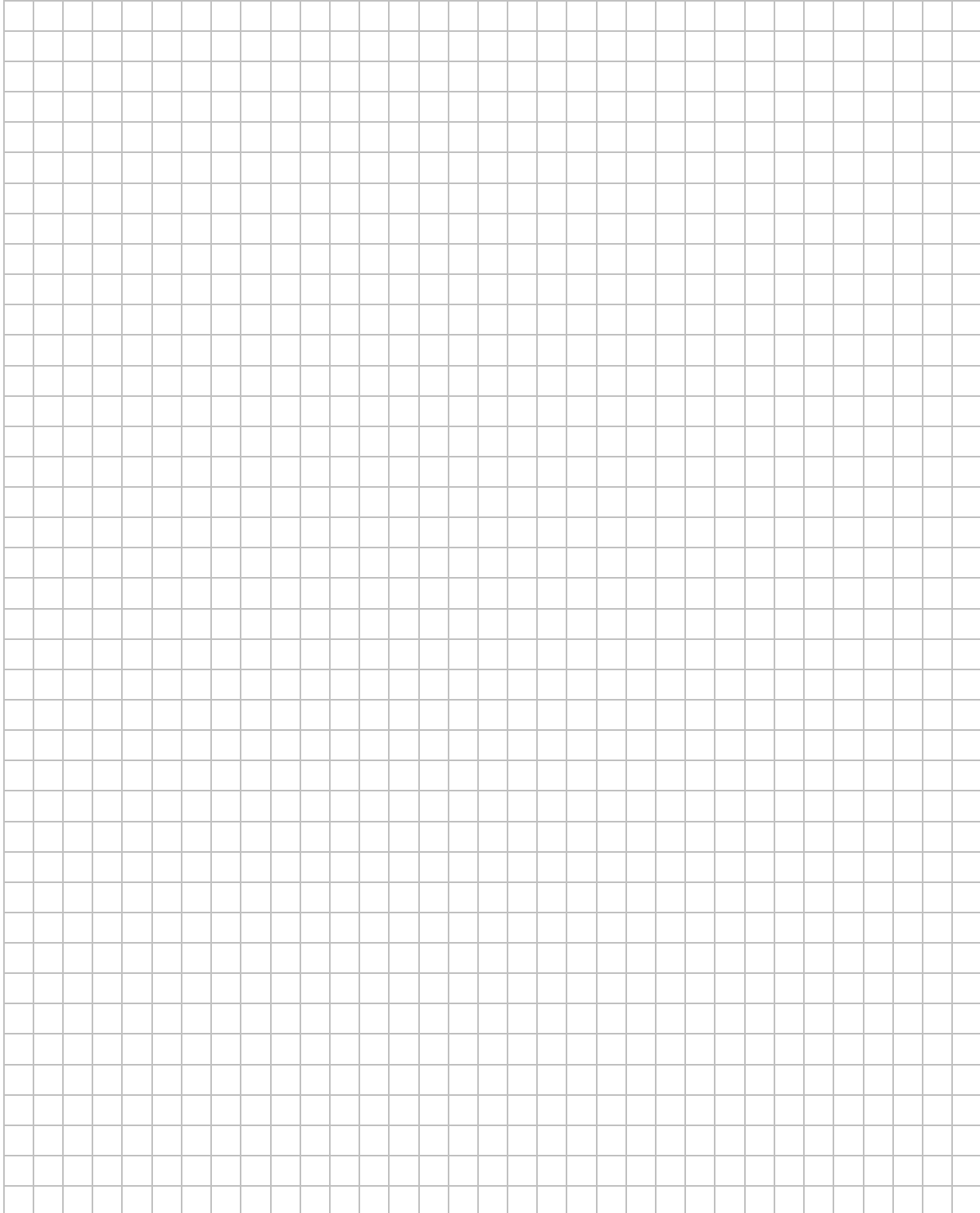


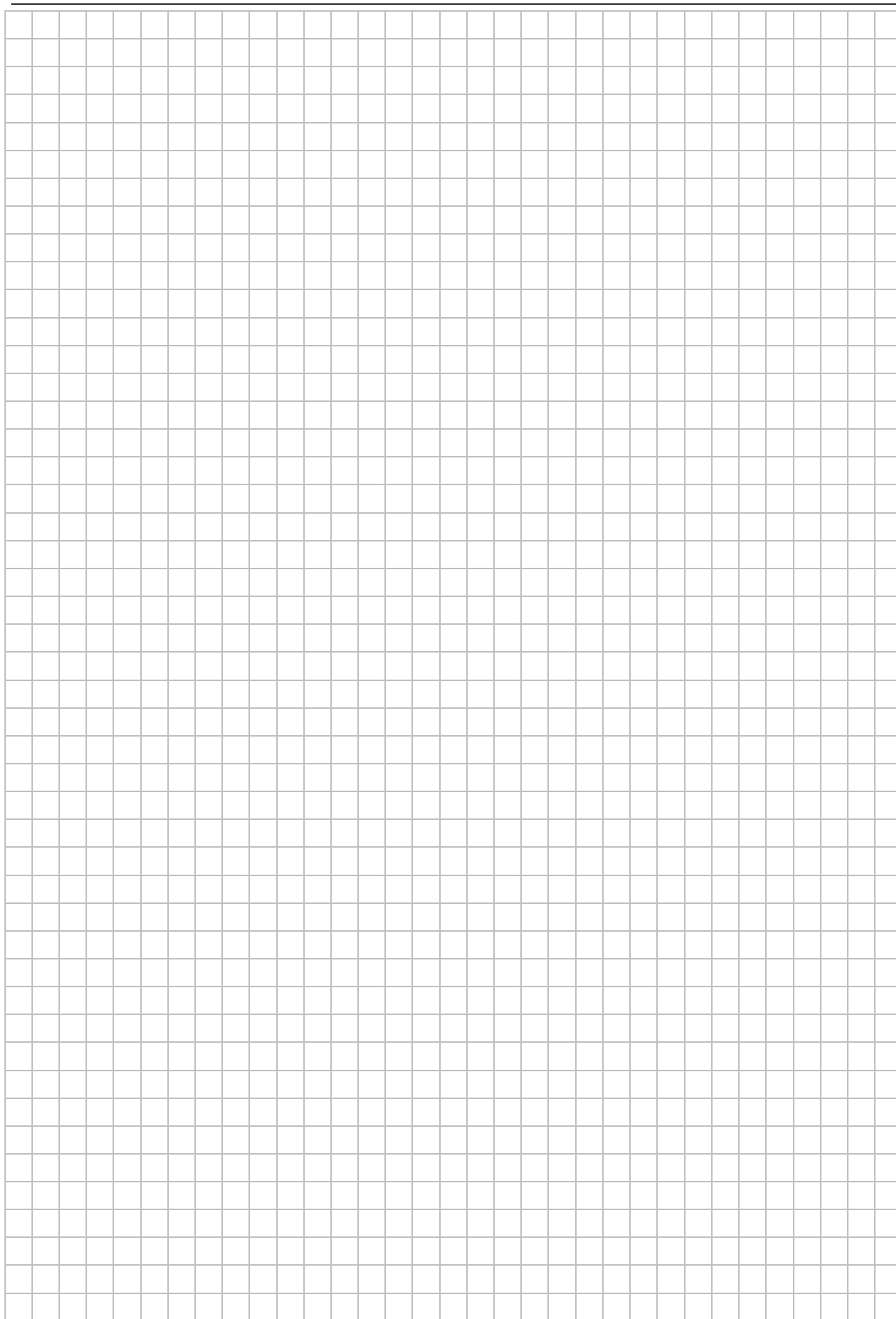
Odpowiedź: .....

**Zadanie 8. (5 pkt)**

Wykaż, że cosinus kąta przecięcia się wykresów funkcji  $f(x) = \frac{4}{3}x + 1$  i  $g(x) = -x\sqrt{2} + 9$

jest równy  $\frac{4\sqrt{6} - 3\sqrt{3}}{15}$ .

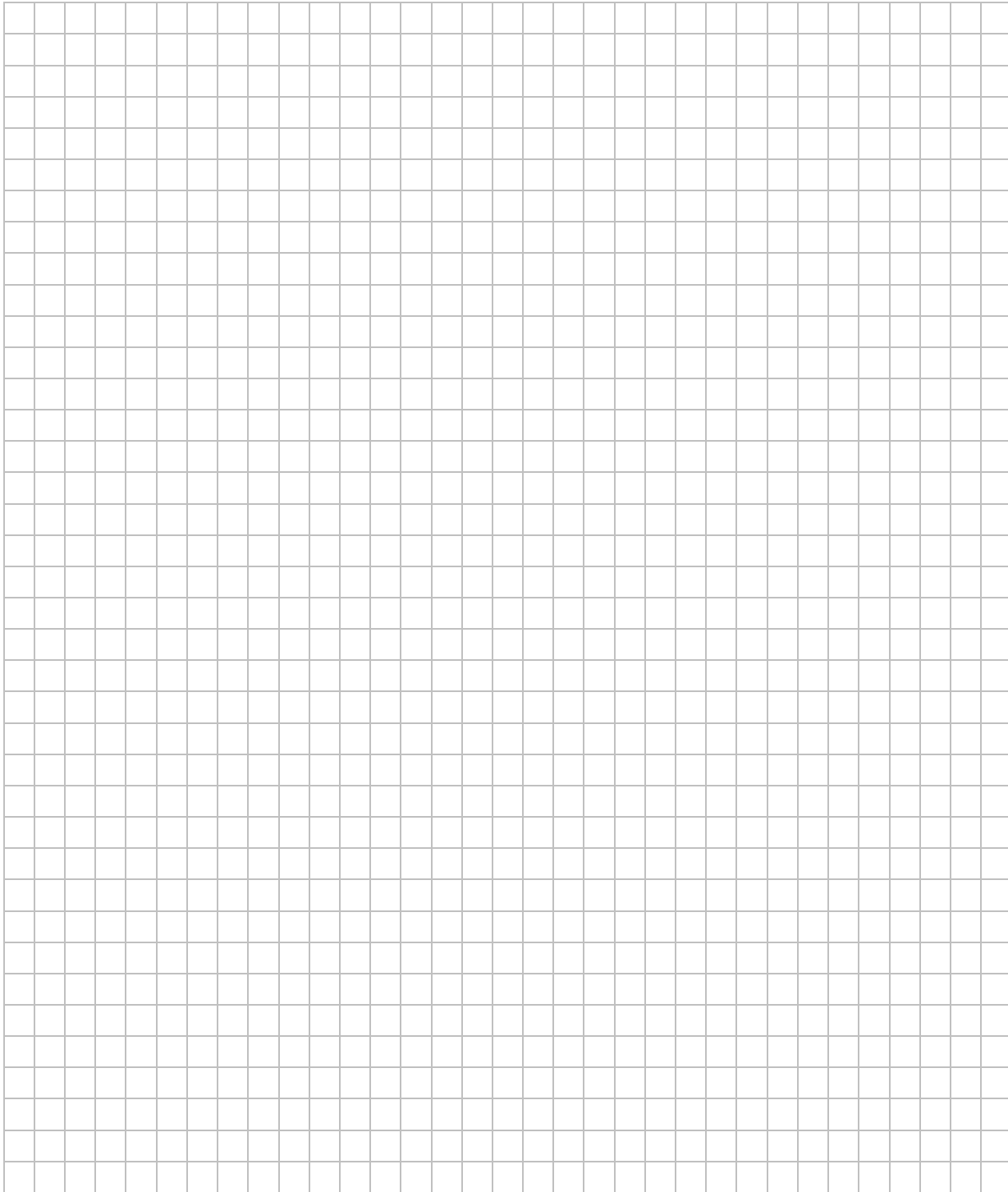




**Zadanie 9. (4 pkt)**

Oblicz wartość funkcji  $f(x) = |1 - 2^{x-3}|$  dla argumentu

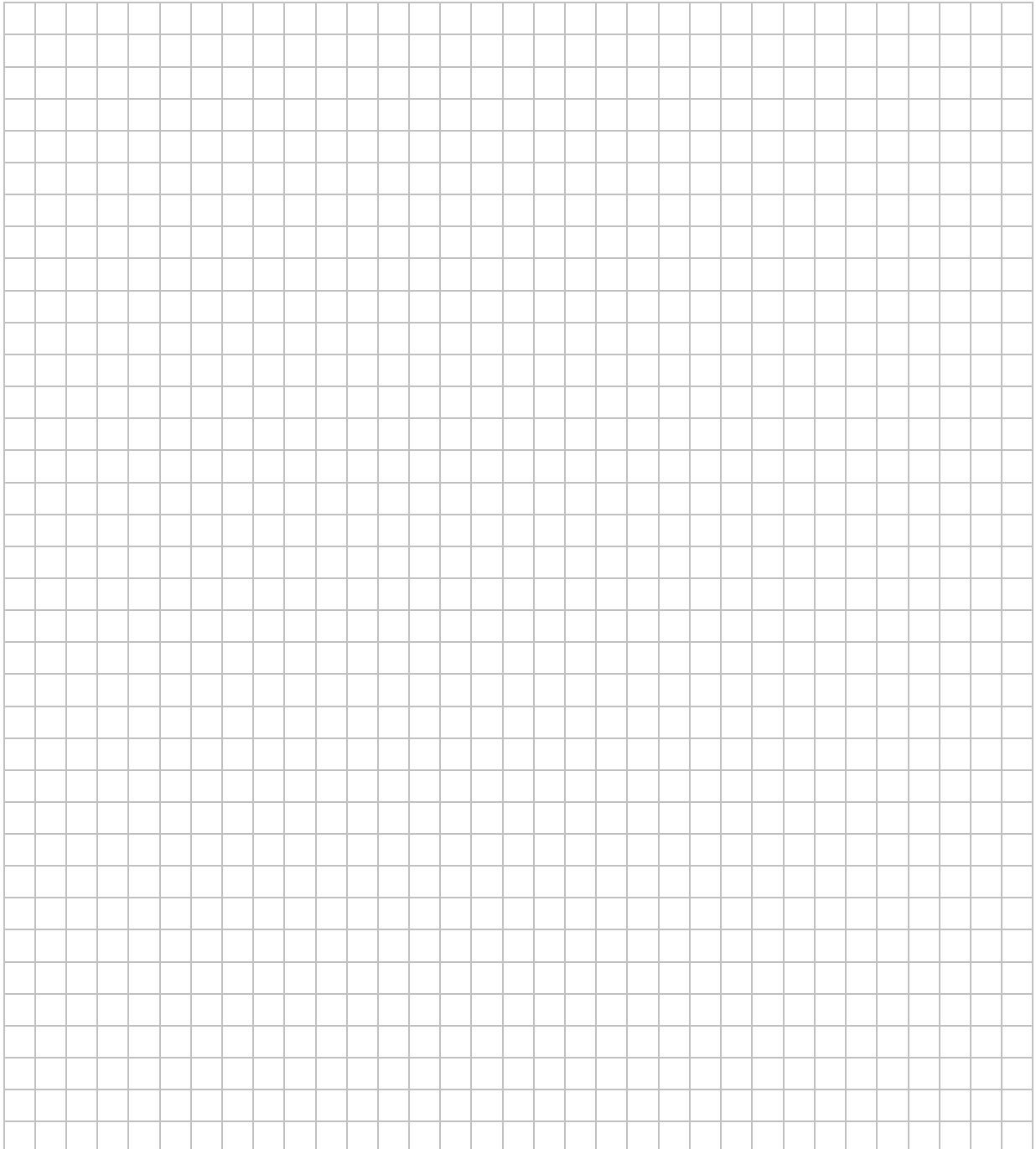
$$x = \log_{13} \left( \log_{12}^2 8 + \log_{12} 64 \cdot \log_{12} 18 + \log_{12}^2 18 + 49^{\frac{1}{\log_3 7}} \right).$$



Odpowiedź: .....

**Zadanie 10. (4 pkt)**

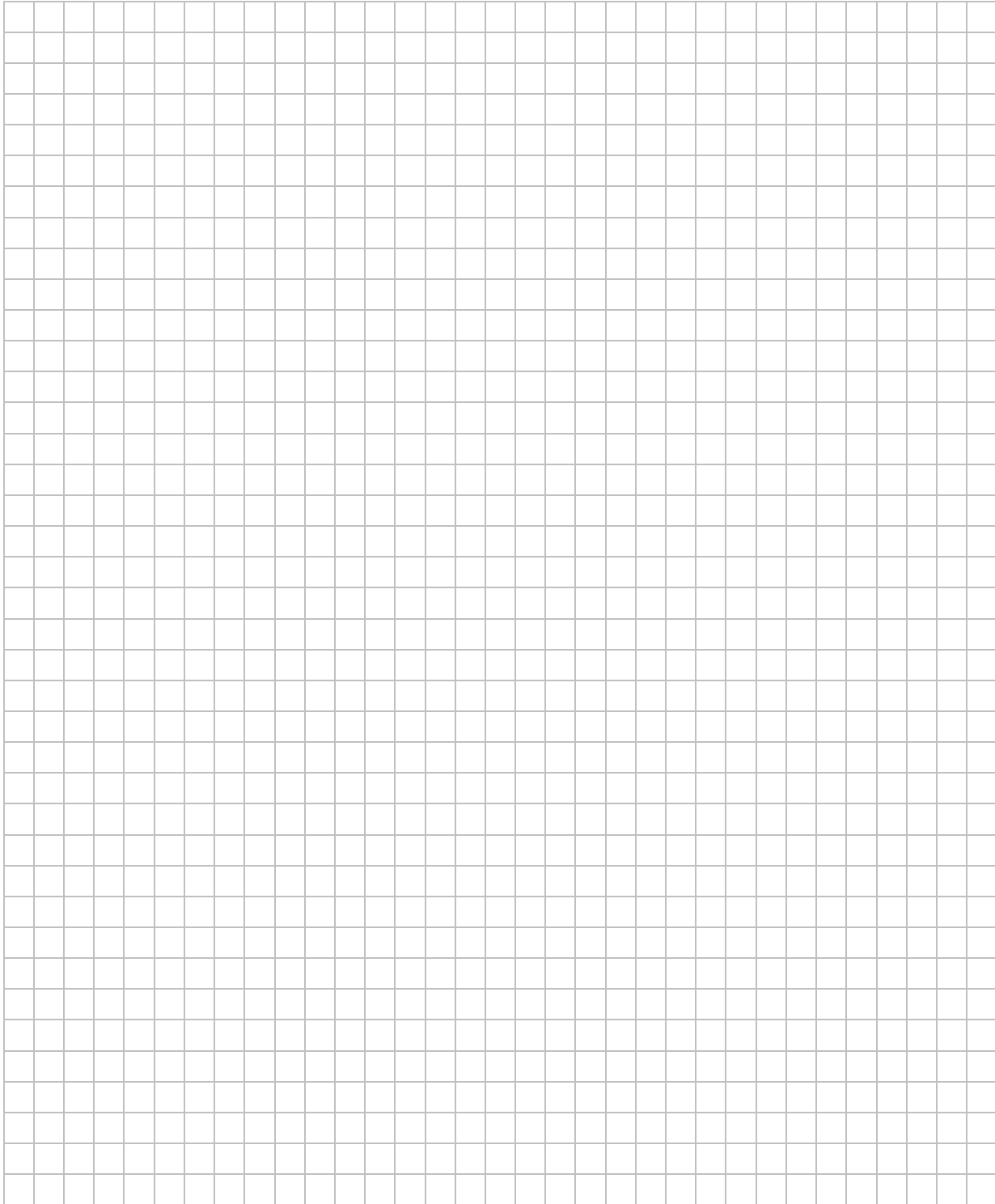
Posługując się wykresem funkcji  $f(x) = \cos 2x$  dla  $x \in \left(-\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ , rozwiąż nierówność  $\cos 2x < \sin \alpha$  wiedząc, że miara kąta  $\alpha$  jest równa mierze łukowej kąta środkowego okręgu opartego na  $\frac{5}{12}$  okręgu.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 11. (5 pkt)**

Liczba uczniów w klasie jest 812 razy mniejsza od liczby utworzonych z nich uporządkowanych trójek. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania trzech osób, które są zapisane w dzienniku pod numerami pierwszym, drugim, i trzecim.



Odpowiedź: .....



---

## BRUDNOPIS

## BRUDNOPIS