

Miejsce na identyfikację szkoły
---------------------------------

# ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy: 180 minut

LISTOPAD  
2011

## Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 13 stron (zadania 1–11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań rachunkowych przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

*Życzymy powodzenia!*

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

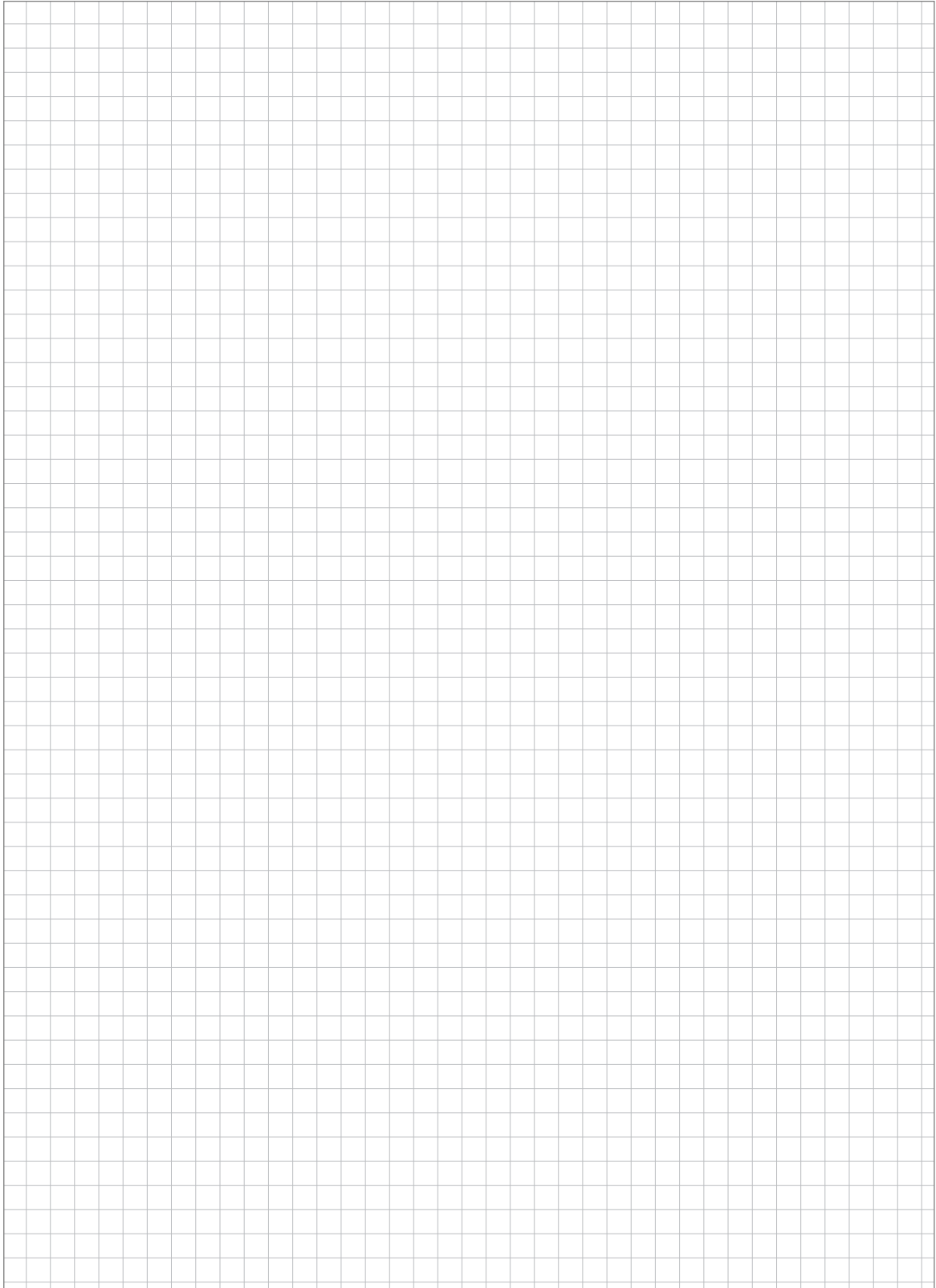
**PESEL ZDAJĄCEGO**

--	--	--

**KOD  
ZDAJĄCEGO**

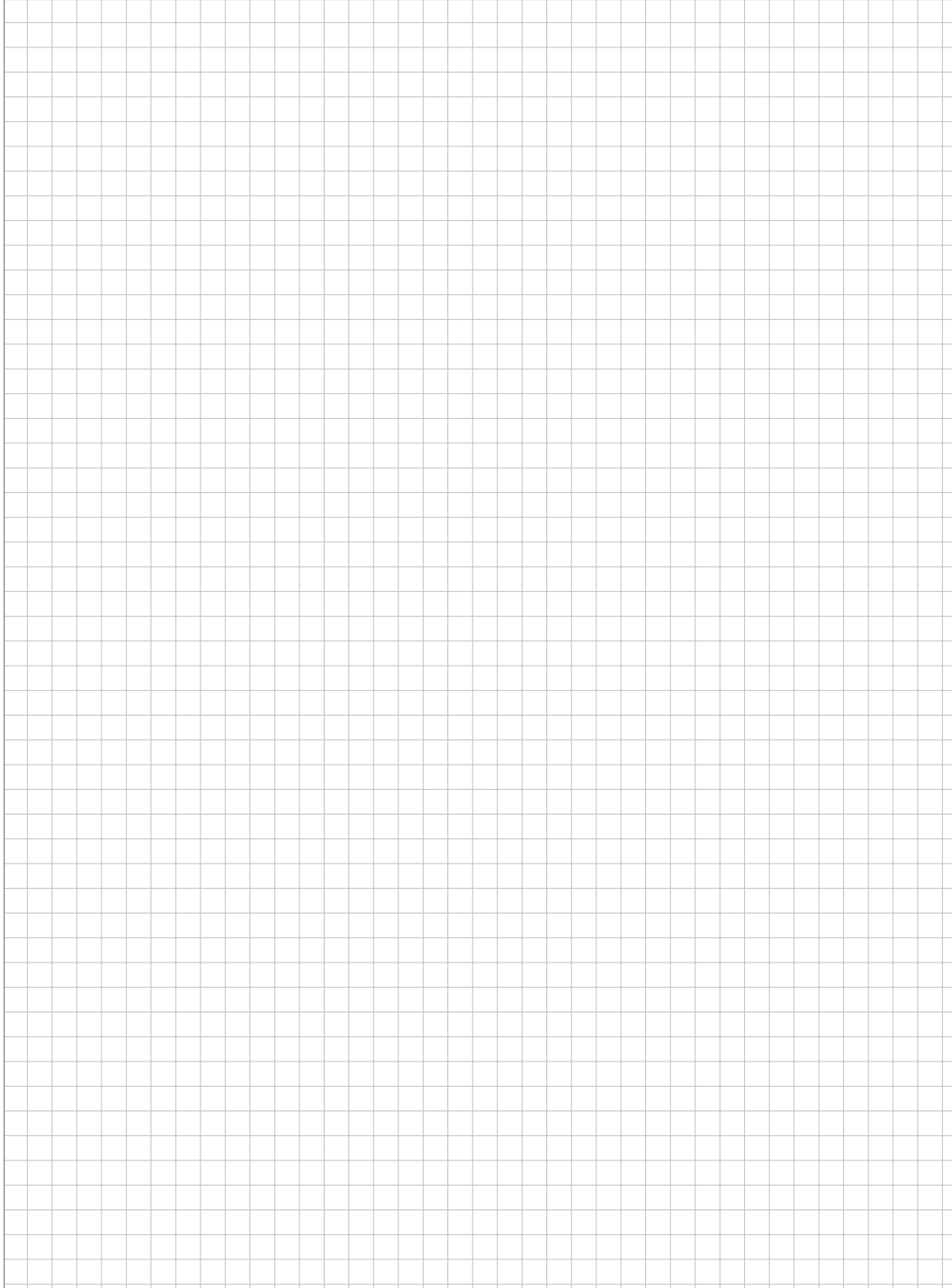
**Zadanie 1. (4 pkt)**

Znajdź ujemny pierwiastek równania  $|| 2x - 1 | - 2 | = 4$ .



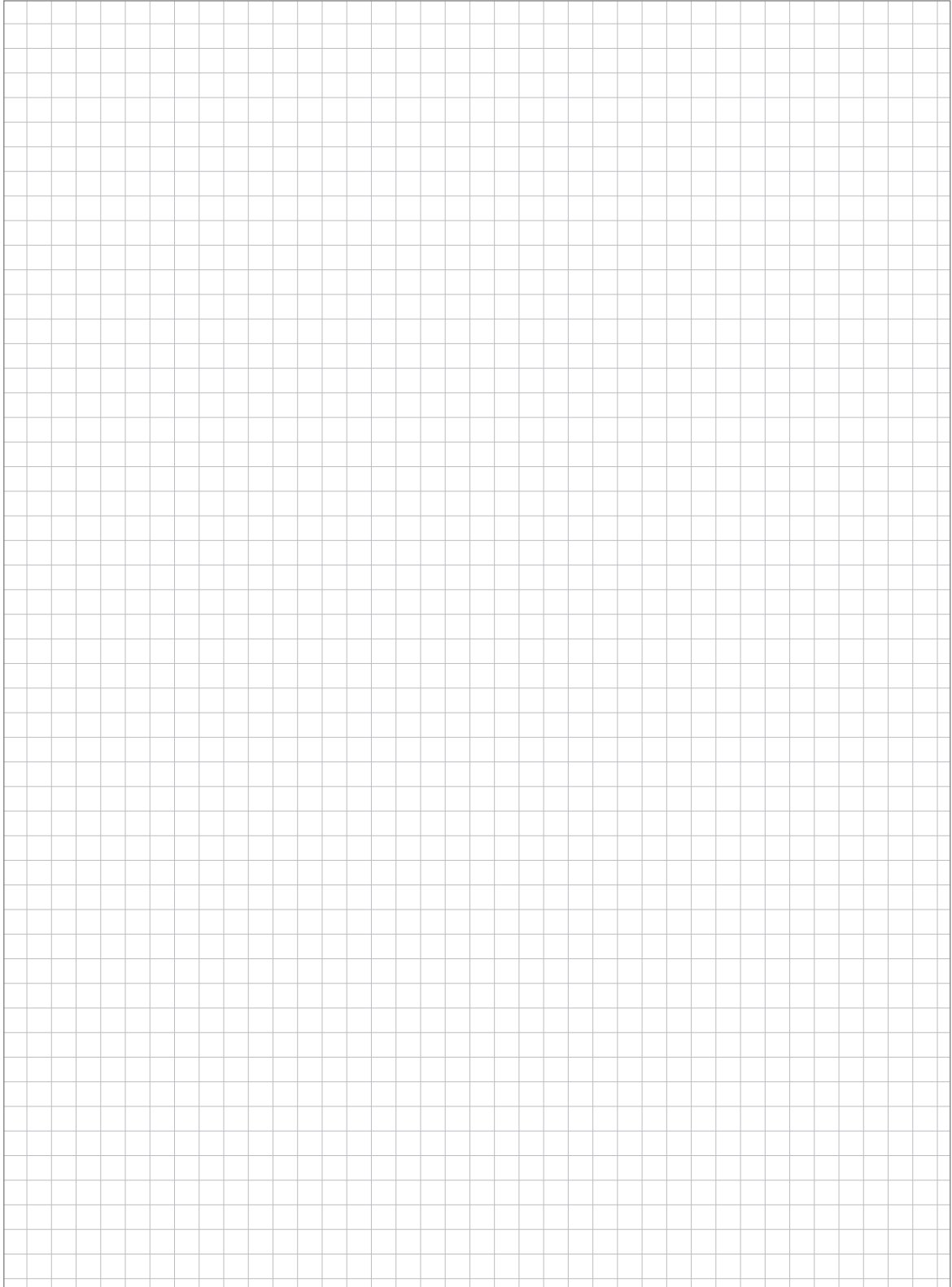
**Zadanie 2. (4 pkt)**

Prostokąt o bokach długości  $a$ ,  $b$  jest podobny do prostokąta o bokach długości  $a + 5$ ,  $b + 5$ . Wykaż, że te prostokąty są kwadratami.



**Zadanie 3. (5 pkt)**

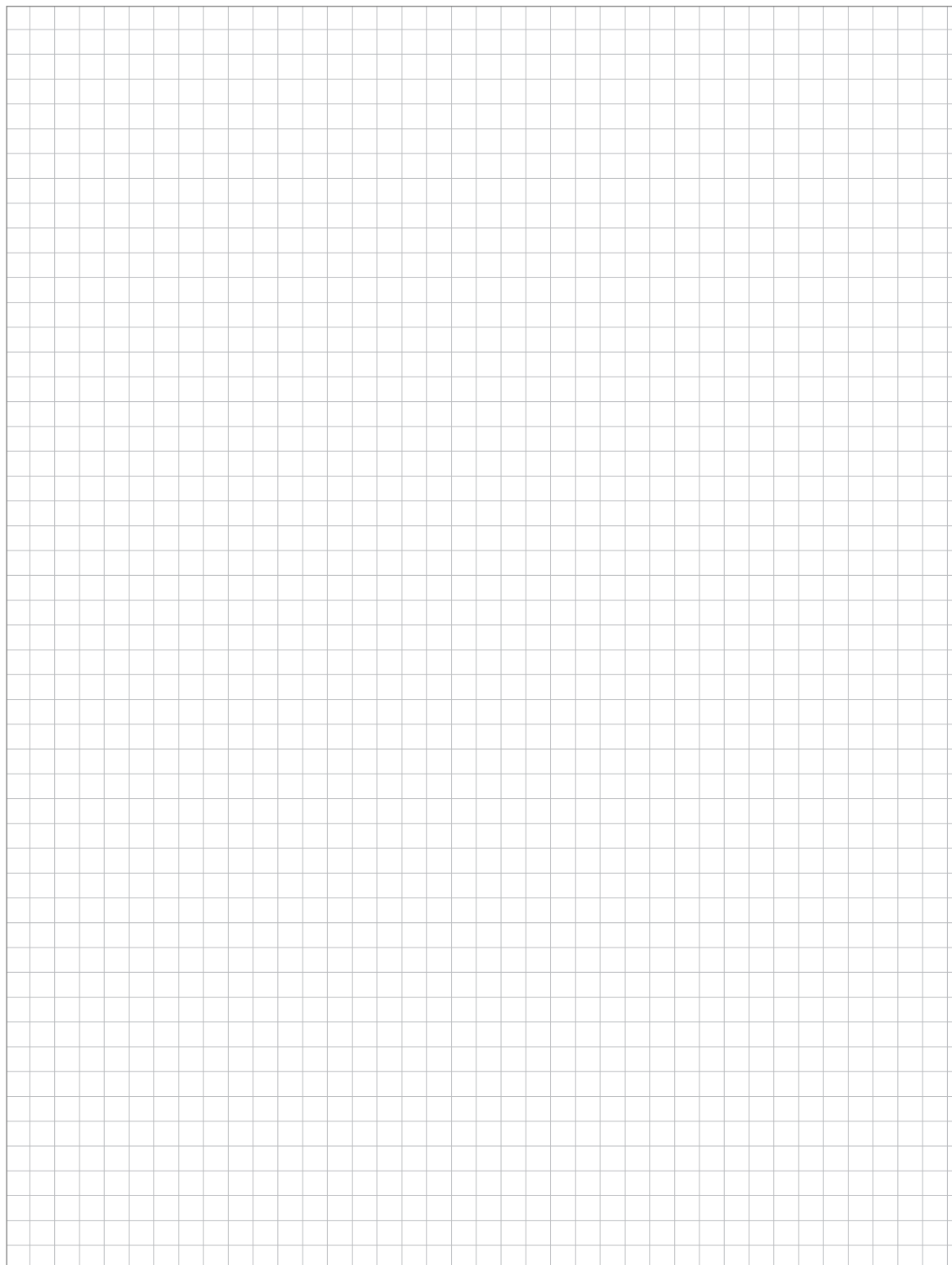
Dla jakich  $x$  liczby  $\frac{1}{2\operatorname{tg}x}$ ,  $\cos x$ ,  $\sin x$  w podanej kolejności są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego?



**Zadanie 4. (4 pkt)**

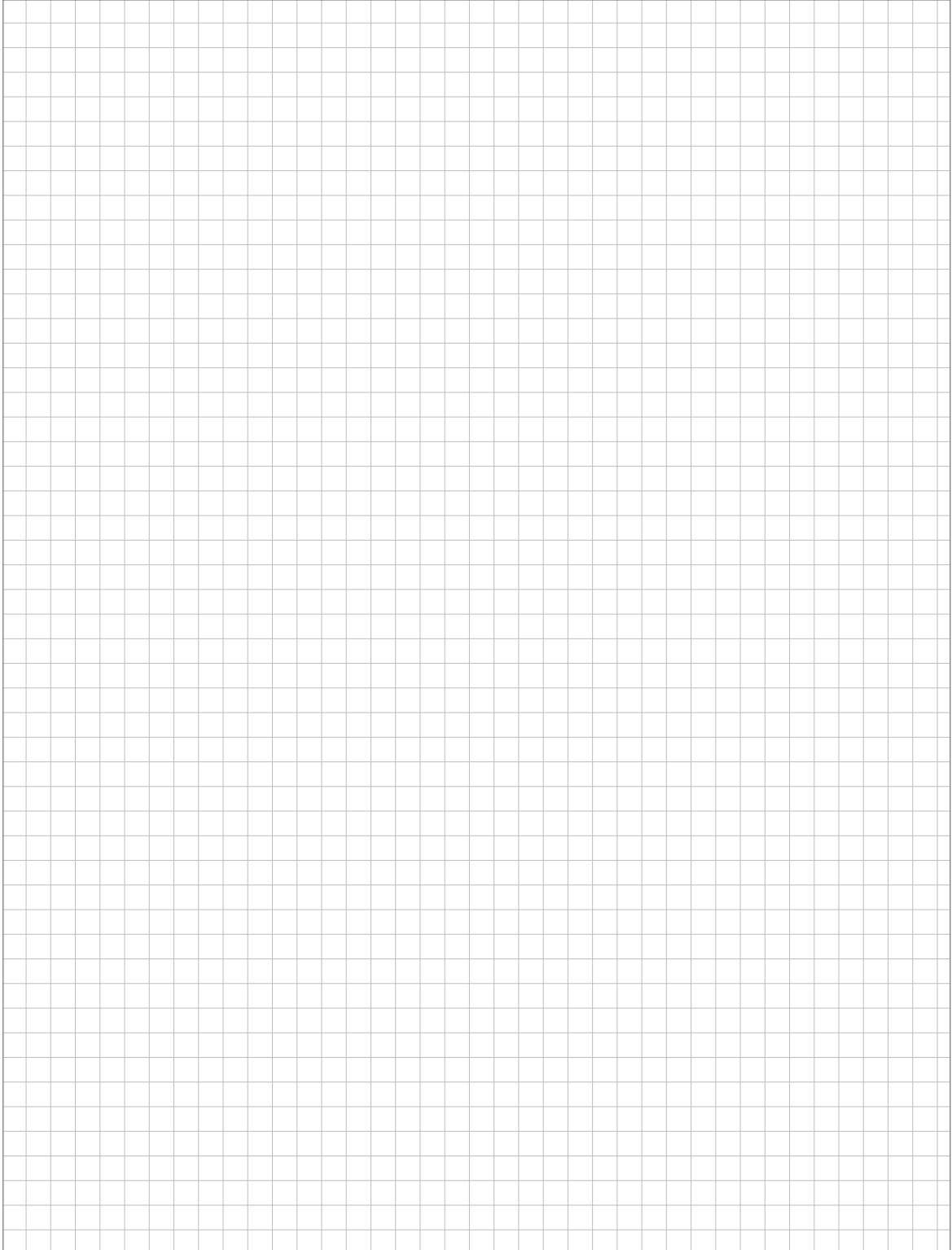
Wykaż, że dla dowolnej liczby  $a > 0$  zachodzi nierówność

$$\log^2(\pi a) + \log^2(\pi + a) \geq \frac{2}{\log_{\pi+a} 10} - \log_{\pi} \pi.$$



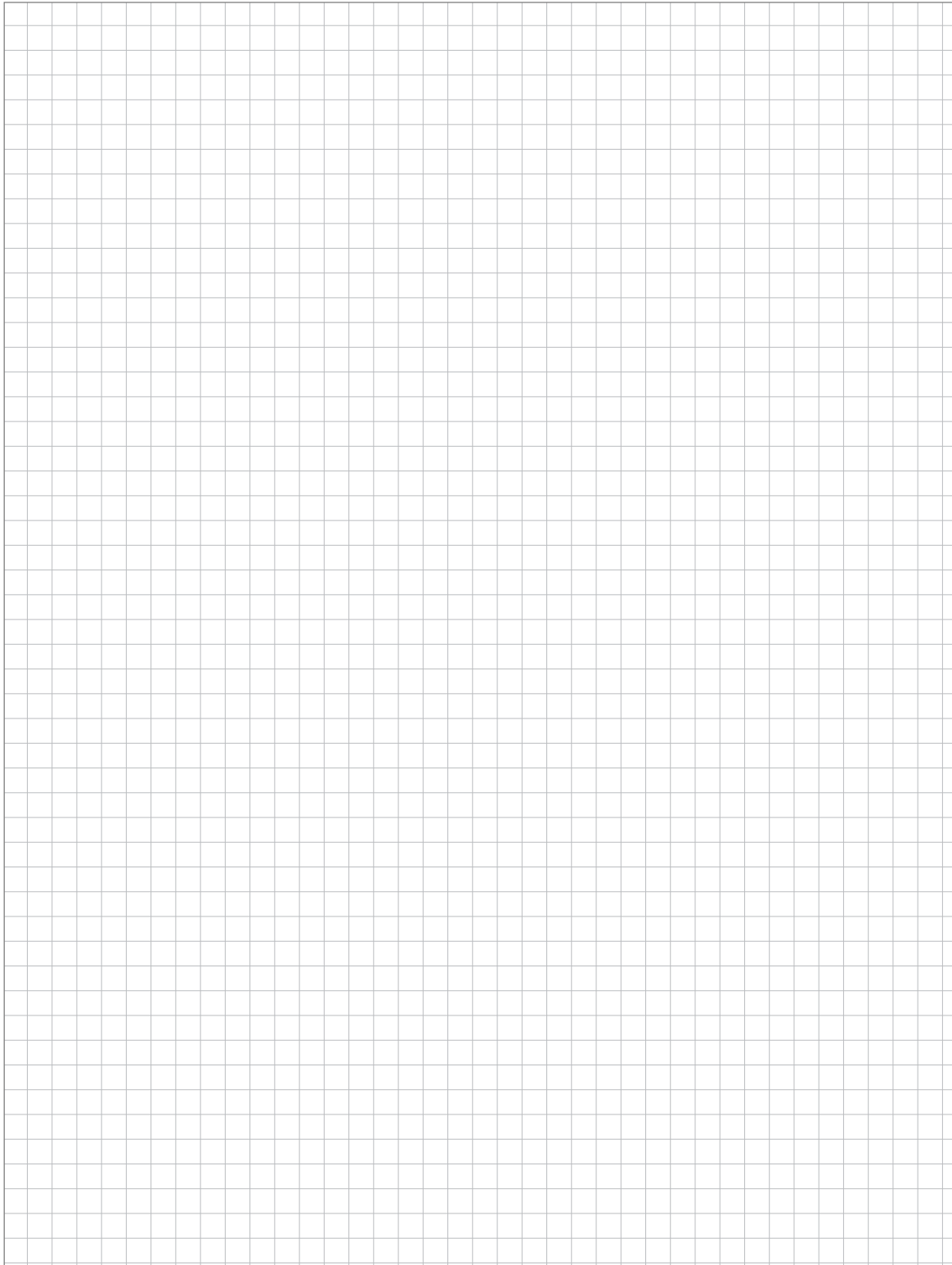
**Zadanie 5. (5 pkt)**

Wierzchołki trójkąta równobocznego  $ABC$  leżą na paraboli, będącej wykresem funkcji  $f(x) = x^2 - 6x$ . Punkt  $C$  leży w wierzchołku paraboli. Znajdź współrzędne jednego z pozostałych wierzchołków trójkąta.



**Zadanie 6. (4 pkt)**

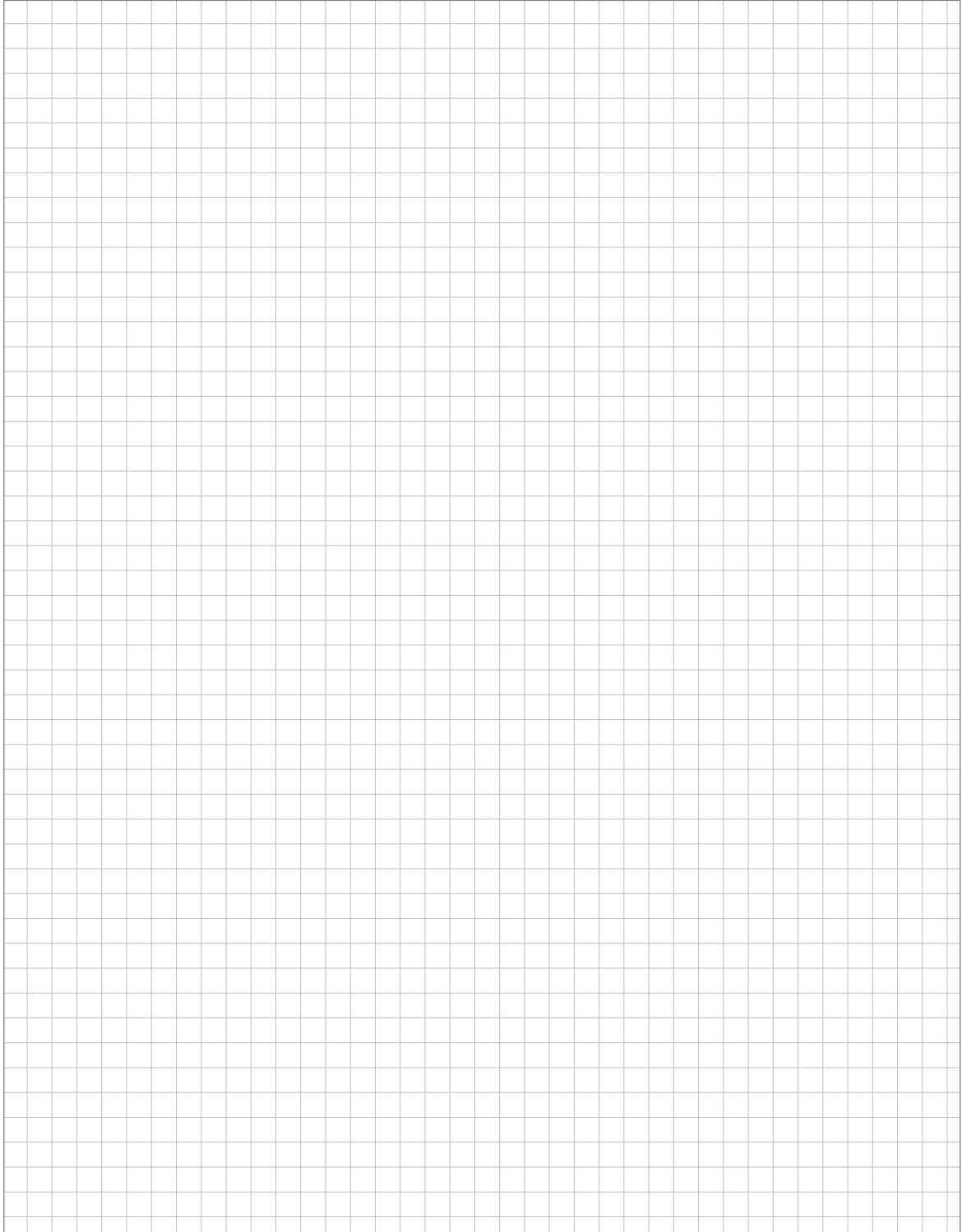
W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym długość krawędzi podstawy jest równa  $2a$ . Miara kąta między przekątną podstawy a przekątną ściany bocznej wychodzącą z tego samego wierzchołka jest równa  $\alpha$ . Oblicz objętość graniastosłupa.



**Zadanie 7. (5 pkt)**

W konkursie *Jaka to piosenka?* uczestnik zna 12 spośród przygotowanych 20 piosenek.

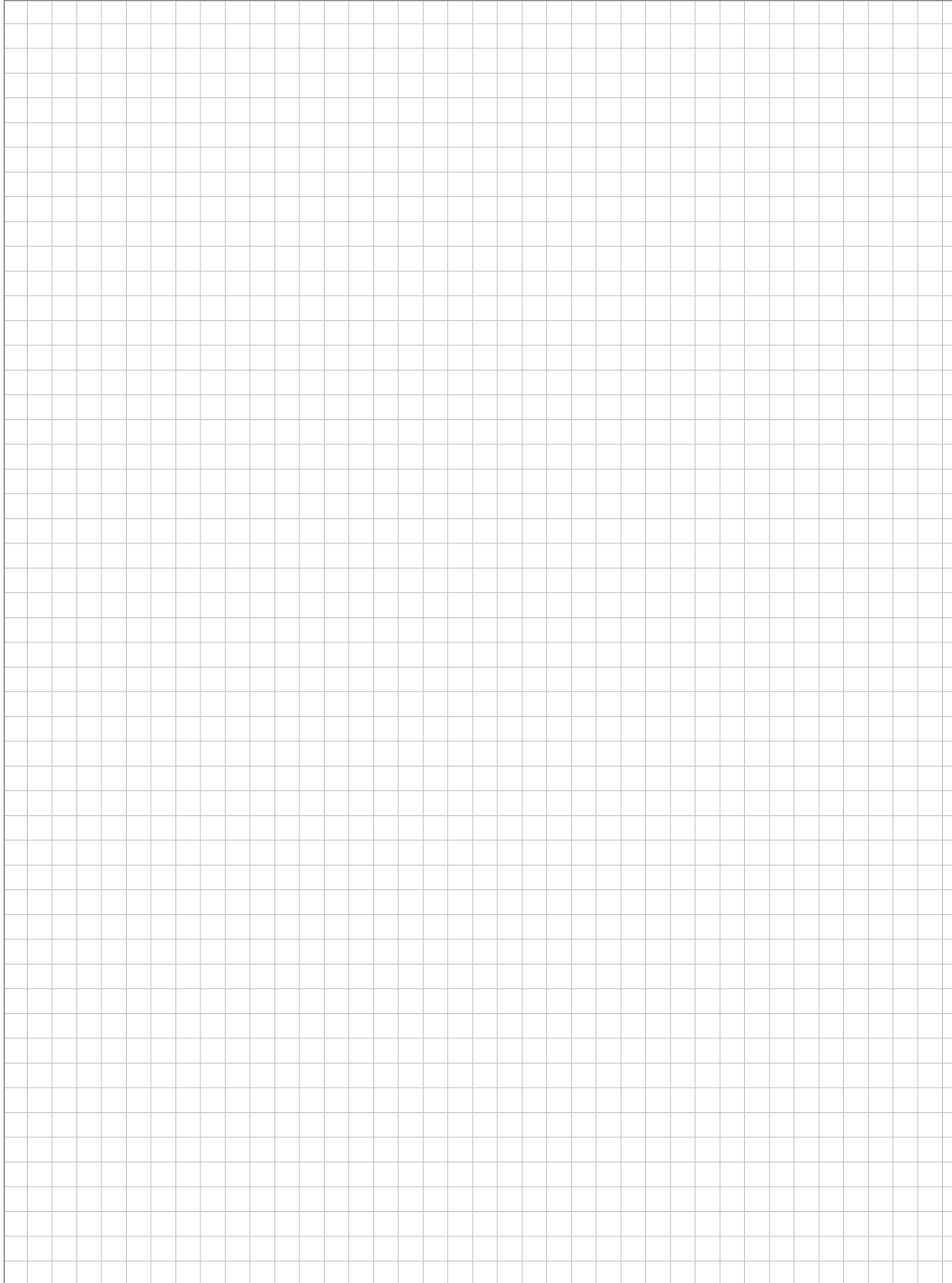
Prowadzący przedstawia mu 4 piosenki. Uczestnik musi odgadnąć tytuł co najmniej jednej piosenki, aby przejść do dalszego etapu konkursu. Oblicz prawdopodobieństwo, że uczestnik przejdzie do dalszego etapu konkursu. Wynik podaj z dokładnością do 0,01.





**Zadanie 8. (4 pkt)**

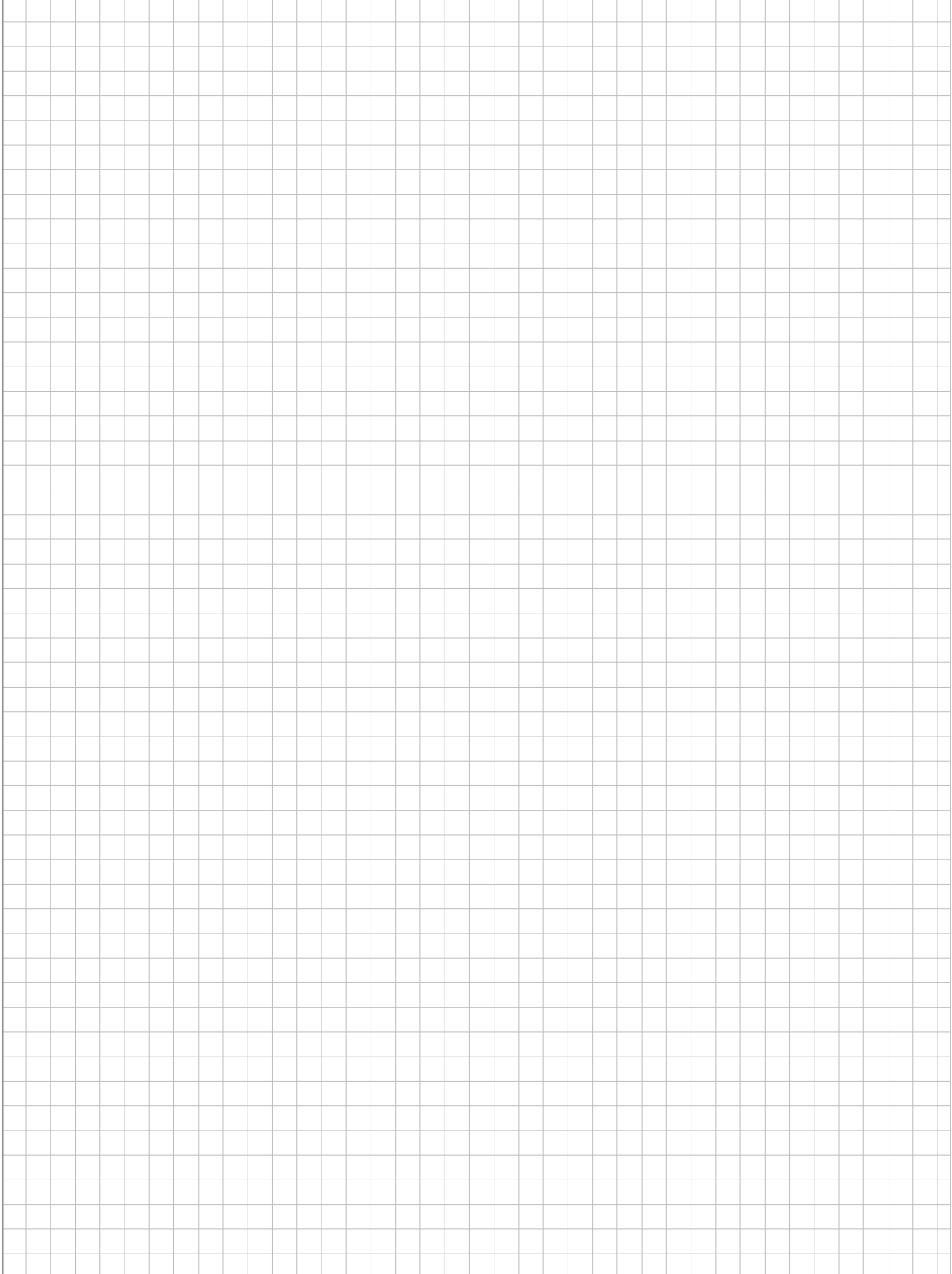
Oblicz, dla jakich wartości parametru  $k$  punkt przecięcia prostych o równaniach  $y = -x$ ,  $y = x + k$  należy do koła o nierówności  $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 \leq 10$ .



**Zadanie 9. (6 pkt)**

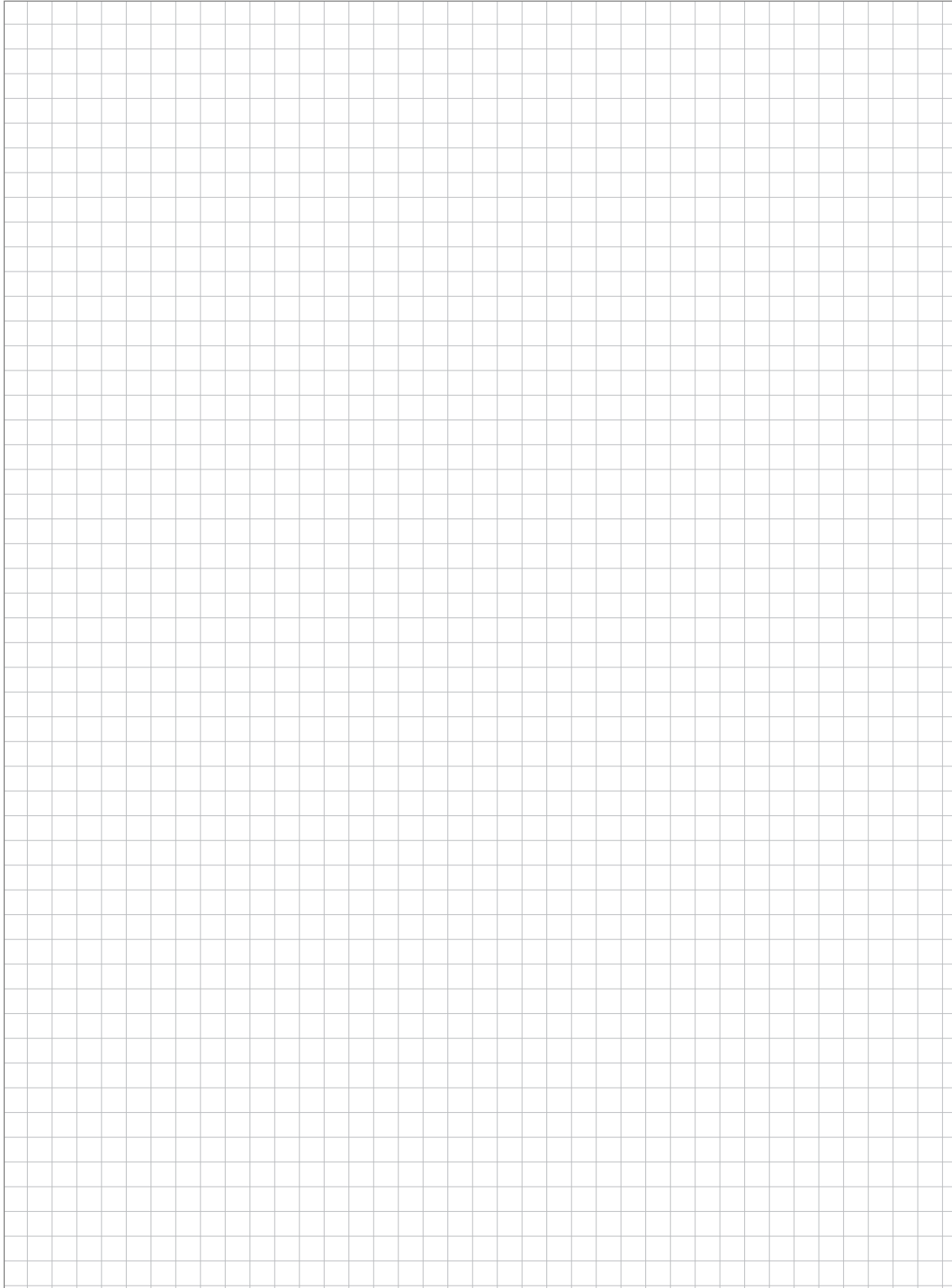
Wiadomo, że pierwiastkami wielomianu  $W(x) = x^3 + ax^2 + bx + 6$  są liczby  $-1$  i  $2$ .

Rozwiąż nierówność  $W(x) > 0$ .



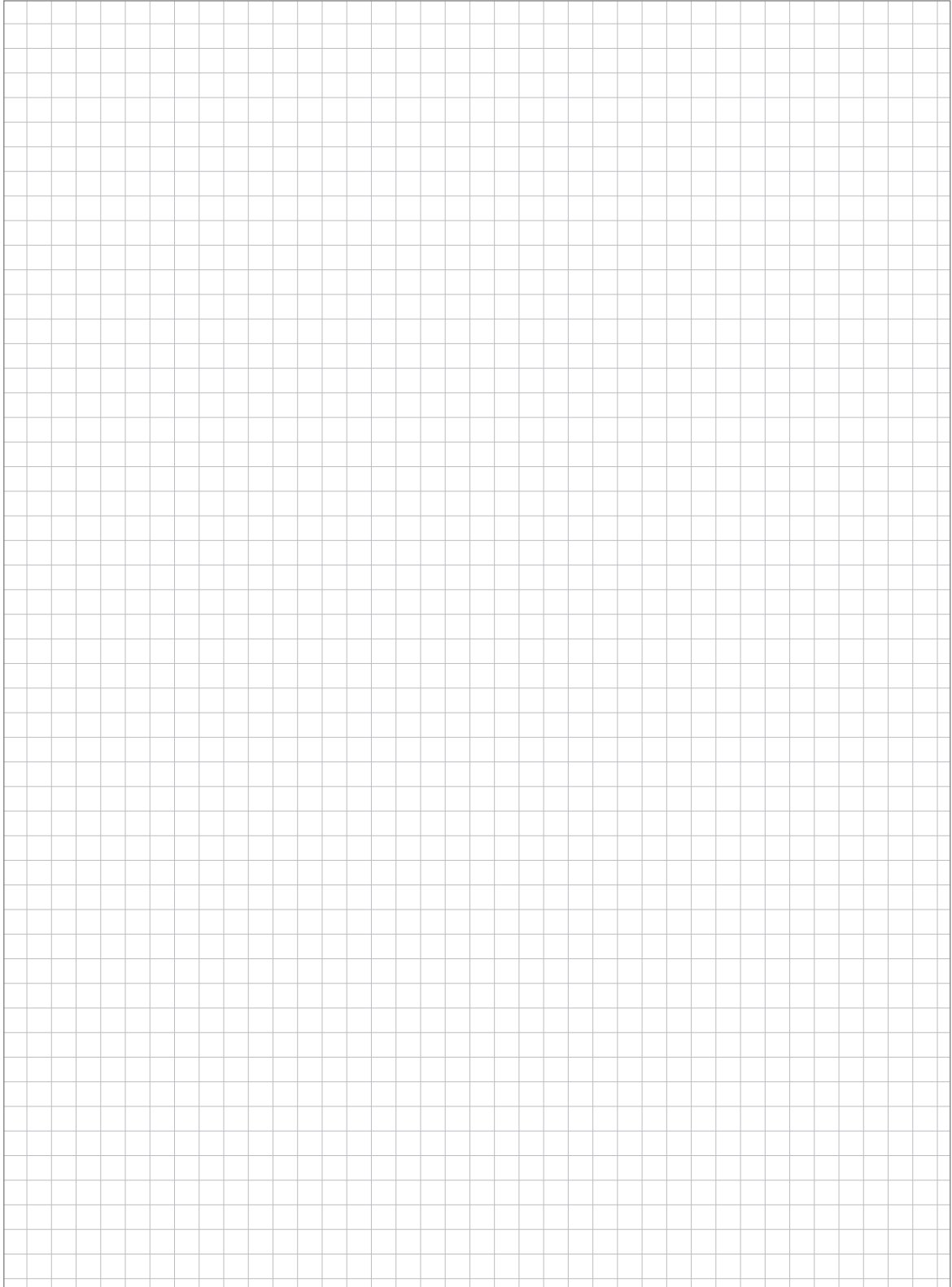
**Zadanie 10. (5 pkt)**

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których równanie  $(m - 1)x^2 + 2(m + 1)x + m + 4 = 0$  ma jedno rozwiązanie.



**Zadanie 11. (4 pkt)**

W trójkącie o polu  $\frac{1}{4}ab$  dwa boki mają długości  $a$  i  $b$ . Znajdź długość trzeciego boku.



**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**

