

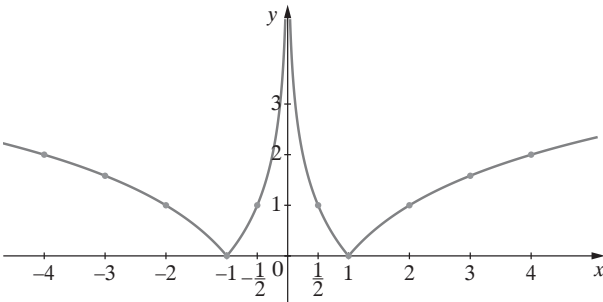
KRYTERIA OCENIANIA ODPOWIEDZI  
Próbna Matura z OPERONEM

**Matematyka**  
**Poziom rozszerzony**

Listopad 2012

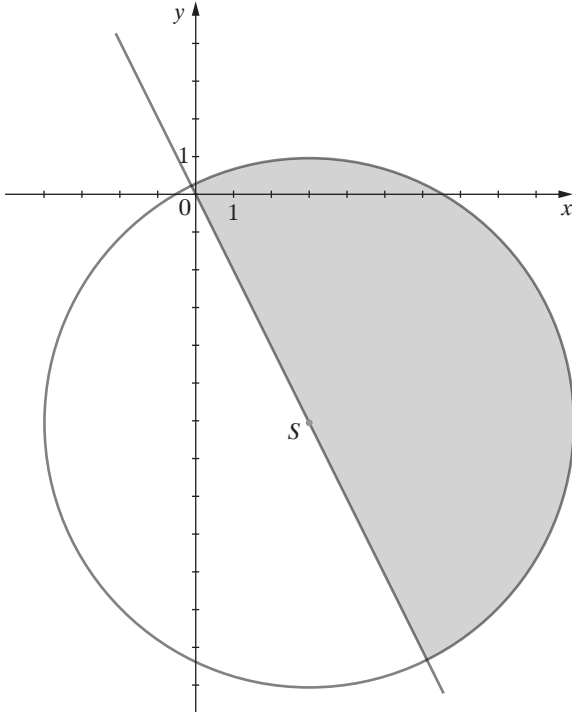
W niniejszym schemacie oceniania zadań otwartych są prezentowane przykładowe poprawne odpowiedzi. W tego typu zadaniach należy również uznać odpowiedzi ucznia, jeśli są inaczej sformułowane, ale ich sens jest zgodny z podanym schematem, oraz inne poprawne odpowiedzi w nim nieprzewidziane.

Wszystkie arkusze maturalne znajdziesz na stronie: [arkuszematuralne.pl](http://arkuszematuralne.pl)

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
1.	Istotny postęp: Przekształcenie równania do postaci: $\sin^2 x - \frac{3}{4} = -\frac{1}{2}$	2 pkt (1 pkt, gdy zakończono na zastosowaniu wzoru na sumę i różnicę sinusów)
	Pokonanie zasadniczych trudności: Zapisanie alternatywy równań: $\sin x = \frac{1}{2}$ lub $\sin x = -\frac{1}{2}$	3 pkt
	Rozwiązanie bezbłędne: Rozwiązanie równania z niewiadomą: $x : x \in \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \right\}$	4 pkt
2.	Istotny postęp: Zapisanie układu równań: $\begin{cases} -16 + 4n - 2m + 8 = 4 \\ -2 + n - m + 8 = 0 \end{cases}$	2 pkt (1 pkt, gdy zapisano jedno równanie)
	Pokonanie zasadniczych trudności: Rozwiązanie układu równań: $\begin{cases} n = 12 \\ m = 18 \end{cases}$	3 pkt
	Rozwiązanie prawie całkowite: Zapisanie wielomianu w postaci: $W(x) = (x+1)(2x^2 + 10x + 8)$	4 pkt
	Rozwiązanie bezbłędne: Wykazanie, że wielomian ma dokładnie dwa pierwiastki: $x_1 = -1, x_2 = -4$	5 pkt
3.	Istotny postęp: Narysowanie wykresu funkcji $f$ : 	2 pkt (1 pkt, gdy wykonano poprawnie tylko jedno przekształcenie)

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	<p>Pokonanie zasadniczych trudności:</p> <p>Zapisanie wzoru funkcji: <math>g(m) = \begin{cases} 0 &amp; \text{dla } m \in (-\infty, 0) \\ 2 &amp; \text{dla } m \in \{0\} \\ 4 &amp; \text{dla } m \in (0, +\infty) \end{cases}</math></p>	3 pkt
	<p>Rozwiązanie bezbłędne: Narysowanie wykresu funkcji <math>g</math>:</p>	4 pkt
4.	<p>Istotny postęp:</p> <p>Zapisanie układu równań: <math>\begin{cases} a_1 + a_1 + 6r + a_1 + 24r = 156 \\ (a_1 + 6r)^2 = a_1(a_1 + 24r) \end{cases}</math></p>	2 pkt (1 pkt za zapisanie 1 równania)
	<p>Pokonanie zasadniczych trudności: Przekształcenie układu do równania kwadratowego: <math>13r^2 - 52r = 0</math></p>	3 pkt
	<p>Rozwiązanie prawie całkowite: Rozwiązanie równania i wyznaczenie <math>\begin{cases} r = 4 \\ a_1 = 12 \end{cases}</math></p>	4 pkt
	<p>Rozwiązanie bezbłędne: Zapisanie odpowiedzi: Są to liczby (12, 36, 108).</p>	5 pkt
5.	<p>Postęp: Opisanie gałęzi drzewa po pierwszym etapie doświadczenia – wylosowanie kuli białej lub czarnej z prawdopodobieństwami odpowiednio równymi: <math>p_1 = \frac{4}{10}, p_2 = \frac{6}{10}</math></p>	1 pkt
	<p>Pokonanie zasadniczych trudności: Opisanie gałęzi drzewa po drugim etapie doświadczenia – wylosowanie 2 kul białych, gdy za pierwszym razem wylosowano kulę białą: <math>p_1' = \frac{6}{45}</math> oraz w drugiej sytuacji, dwóch kul czarnych, gdy za pierwszym razem wylosowano kulę czarną: <math>p_2' = \frac{15}{45}</math></p>	3 pkt (2 pkt, gdy popełniono drobny błąd rachunkowy)
	<p>Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia <math>A</math> – wylosowanie 3 kul jednakowego koloru: <math>P(A) = \frac{19}{75}</math></p>	4 pkt

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
6.	Postęp: Zapisanie sumy odwrotności pierwiastków funkcji $f$ w postaci: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2}$	1 pkt
	Istotny postęp: Zapisanie wzoru funkcji $g: g(m) = -3m + 2$	2 pkt
	Rozwiązanie prawie całkowite: Zapisanie założeń: $\begin{cases} \Delta > 0 \\ a \neq 0 \end{cases}$ oraz wyznaczenie dziedziny funkcji $g: D = \left(-\infty, -\frac{2}{9}\right) \cup (2, +\infty) \setminus \{-2\}$	4 pkt (3 pkt za zapisanie tylko założenia o $\Delta$ )
	Rozwiązanie bezbłędne: Wyznaczenie zbioru wartości funkcji $g: D^{-1} = (-\infty, -4) \cup \left(\frac{8}{3}, +\infty\right) \setminus \{8\}$	5 pkt
7.	Postęp: Wykonanie rysunku z oznaczeniami lub wprowadzenie dokładnych oznaczeń: $S, S'$ – wierzchołek i spodek wysokości ostrostupa, $ SS'  = 8$ , $ AB  = 12, H = 8$ , $BCEF$ – trapez będący przekrojem, $h$ – wysokość przekroju, $K, L, M$ – odpowiednio środki odcinków $BC, FE, AD$ , $ \angle LMK  = \alpha$	1 pkt
	Istotny postęp: Wyznaczenie długości wysokości ściany bocznej: $ SM  = 10$	2 pkt
	Pokonanie zasadniczych trudności: Obliczenie cosinusa kąta $\alpha: \cos \alpha = \frac{3}{5}$	3 pkt
	Rozwiązanie prawie całkowite: Wyznaczenie wysokości przekroju $h = \sqrt{97}$ i krótszej podstawy: $ EF  = 6$	5 pkt (4 pkt, gdy wyznaczono tylko jedną długość)
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie pola przekroju: $P = 9\sqrt{97}$	6 pkt

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
8.	<p>Postęp: Wyznaczenie współrzędnych środka i długości promienia okręgu: <math>S = (3, -6), r = 7</math></p>	1 pkt
	<p>Pokonanie zasadniczych trudności: Zaznaczenie na rysunku figury <math>F</math></p>  <p>zapisanie, że podana figura jest półkołem</p>	3 pkt
	<p>Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie pola figury <math>F: P = \frac{49\pi}{2}</math></p>	4 pkt
9.	<p>Postęp: Wykonanie rysunku z oznaczeniami lub wprowadzenie dokładnych oznaczeń: <math>a</math> – długość ramienia trapezu <math>h</math> – długość wysokości trapezu Zapisanie zależności: <math>h = 2r</math></p>	1 pkt
	<p>Istotny postęp: Zapisanie zależności: <math>x + 4x = 2a</math> oraz wyznaczenie długości ramienia: <math>a = \frac{5}{2}x</math></p>	2 pkt
	<p>Pokonanie zasadniczych trudności: Zapisanie równania: <math>h^2 + \left(\frac{3}{2}x\right)^2 = \left(\frac{5}{2}x\right)^2</math></p>	3 pkt
	<p>Rozwiązanie prawie całkowite: Wyznaczenie długości wysokości: <math>h = 2x</math></p>	4 pkt
	<p>Rozwiązanie bezbłędne: Zapisanie zależności: <math>r = x</math></p>	5 pkt

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
10.	Postęp: Wprowadzenie oznaczeń i zapisanie równania wynikającego z treści zadania: $\vec{OS}' = -3\vec{OS}$ , $S' = (x, y)$	1 pkt
	Istotny postęp: Przekształcenie równania do postaci: $[x - 2, y + 1] = -3[3 - 2, -4 + 1]$	2 pkt
	Pokonanie zasadniczych trudności: Rozwiązanie równania i zapisanie współrzędnych środka okręgu po przekształceniu: $S' = (-1, 8)$	3 pkt
	Rozwiązanie bezbłędne: Zapisanie równania okręgu po przekształceniu: $(x + 1)^2 + (y - 8)^2 = 225$	4 pkt
11.	Postęp: Zapisanie układu w postaci alternatywy: $\begin{cases} x \geq 2 \\ y = x - 2 \\ x^2 - 4x + y^2 = -2 \end{cases} \quad \text{lub} \quad \begin{cases} x < 2 \\ y = -x + 2 \\ x^2 - 4x + y^2 = -2 \end{cases}$	1 pkt
	Pokonanie zasadniczych trudności: Zapisanie alternatywy w: $\begin{cases} x \geq 2 \\ x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \quad \text{lub} \quad \begin{cases} x \geq 2 \\ x = 3 \\ y = 1 \end{cases} \quad \text{lub} \quad \begin{cases} x < 2 \\ x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \quad \text{lub} \quad \begin{cases} x < 2 \\ x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$	3 pkt (2 pkt, gdy popełniono błąd rachunkowy)
	Rozwiązanie bezbłędne: Zapisanie odpowiedzi: $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases} \quad \text{lub} \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$	4 pkt