



Kujawsko-Pomorskie Centrum Edukacji Nauczycieli  
w Bydgoszczy

PLACÓWKA AKREDYTOWANA

KOD

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

PESEL

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

**PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY  
Z MATEMATYKI**

**POZIOM ROZSZERZONY**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1-12). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego próbny egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
8. Na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

*We współpracy*



**Luty 2013**

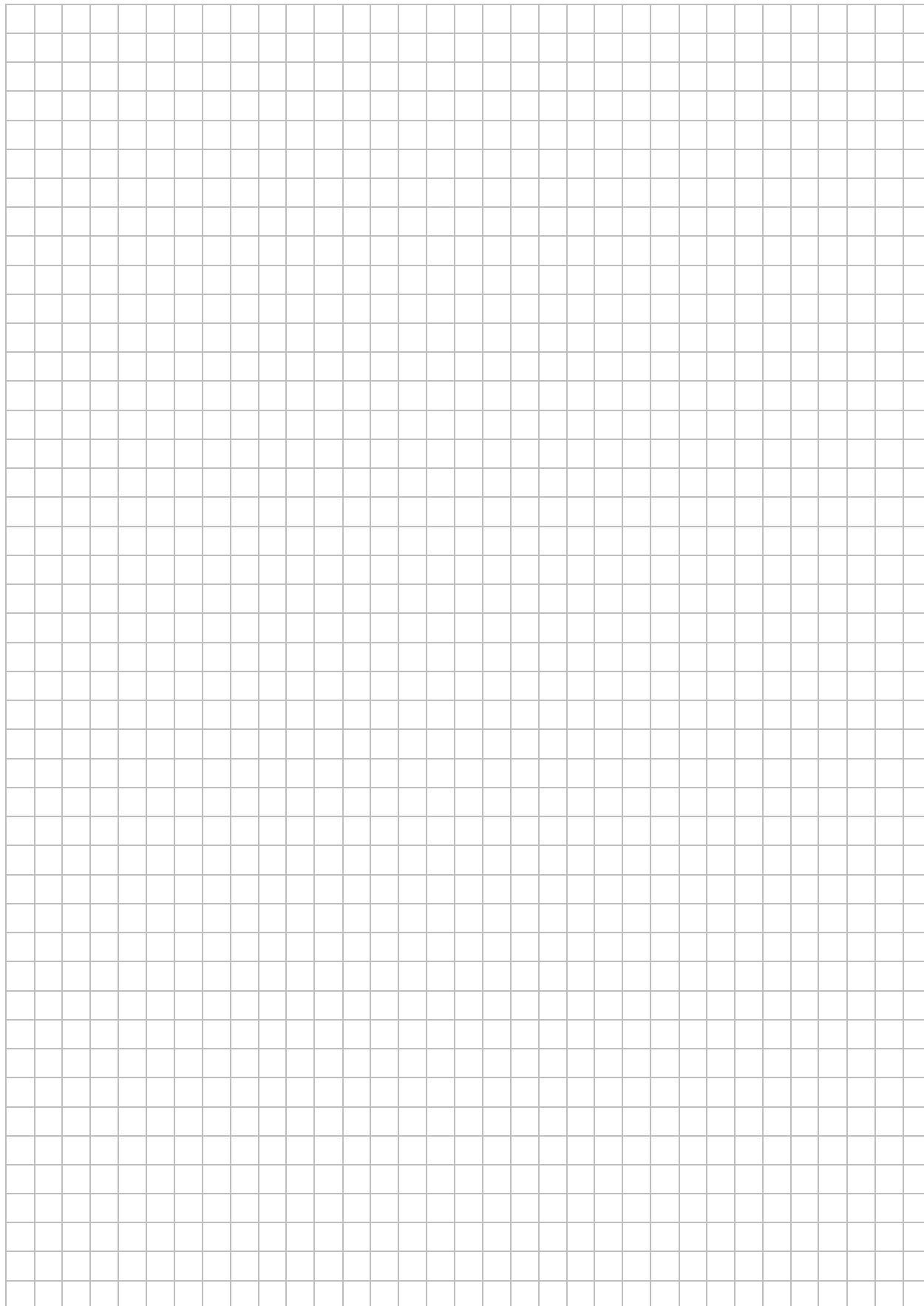
**Czas pracy:**

**180 minut**

**Liczba punktów  
do uzyskania: 50**

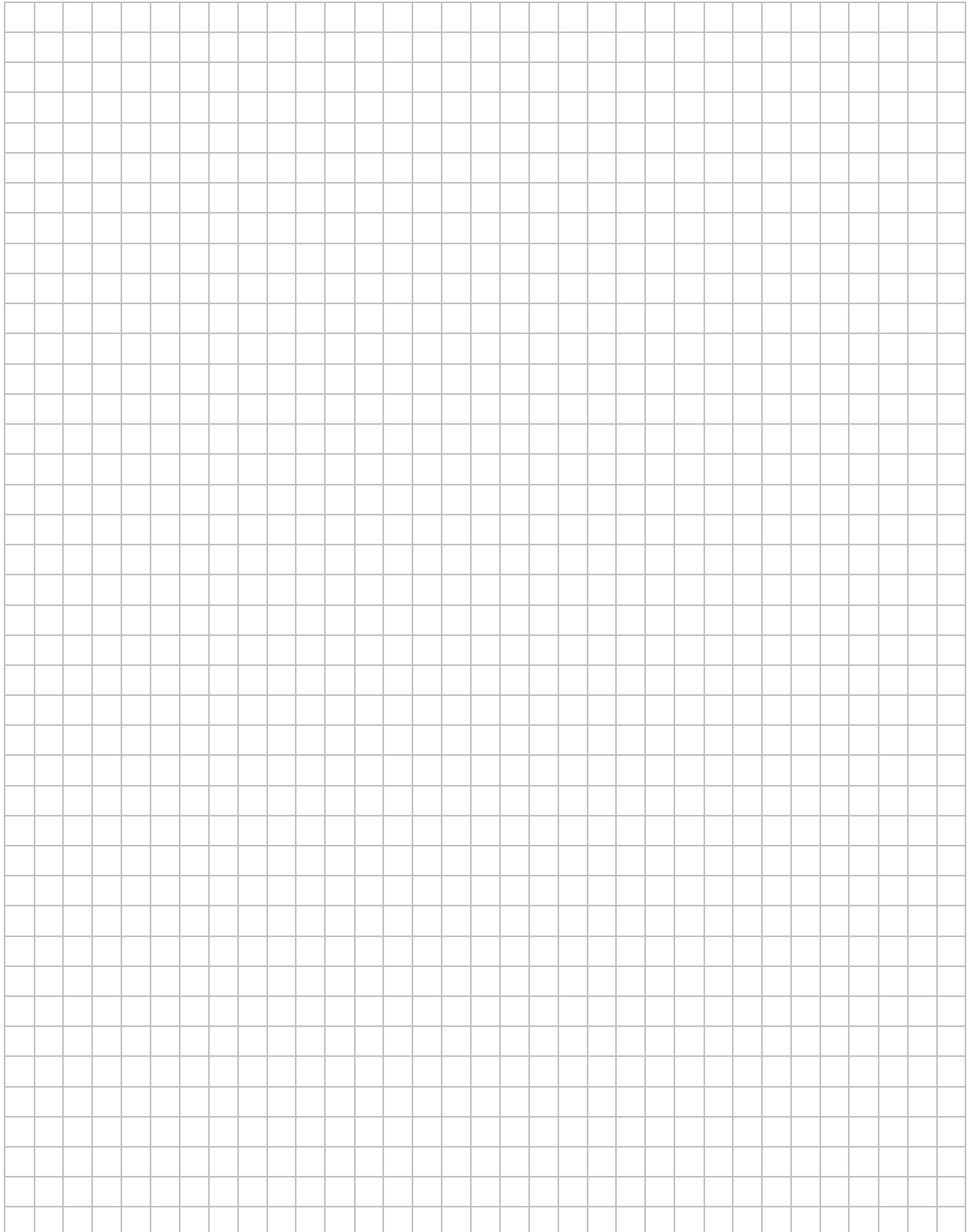
**Zadanie 1. (4 pkt)**

Rozwiąż równanie:  $2 \cos^2 x - 2 \cos^2 x \sin x = 1 - \sin x$ , w przedziale  $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$ .



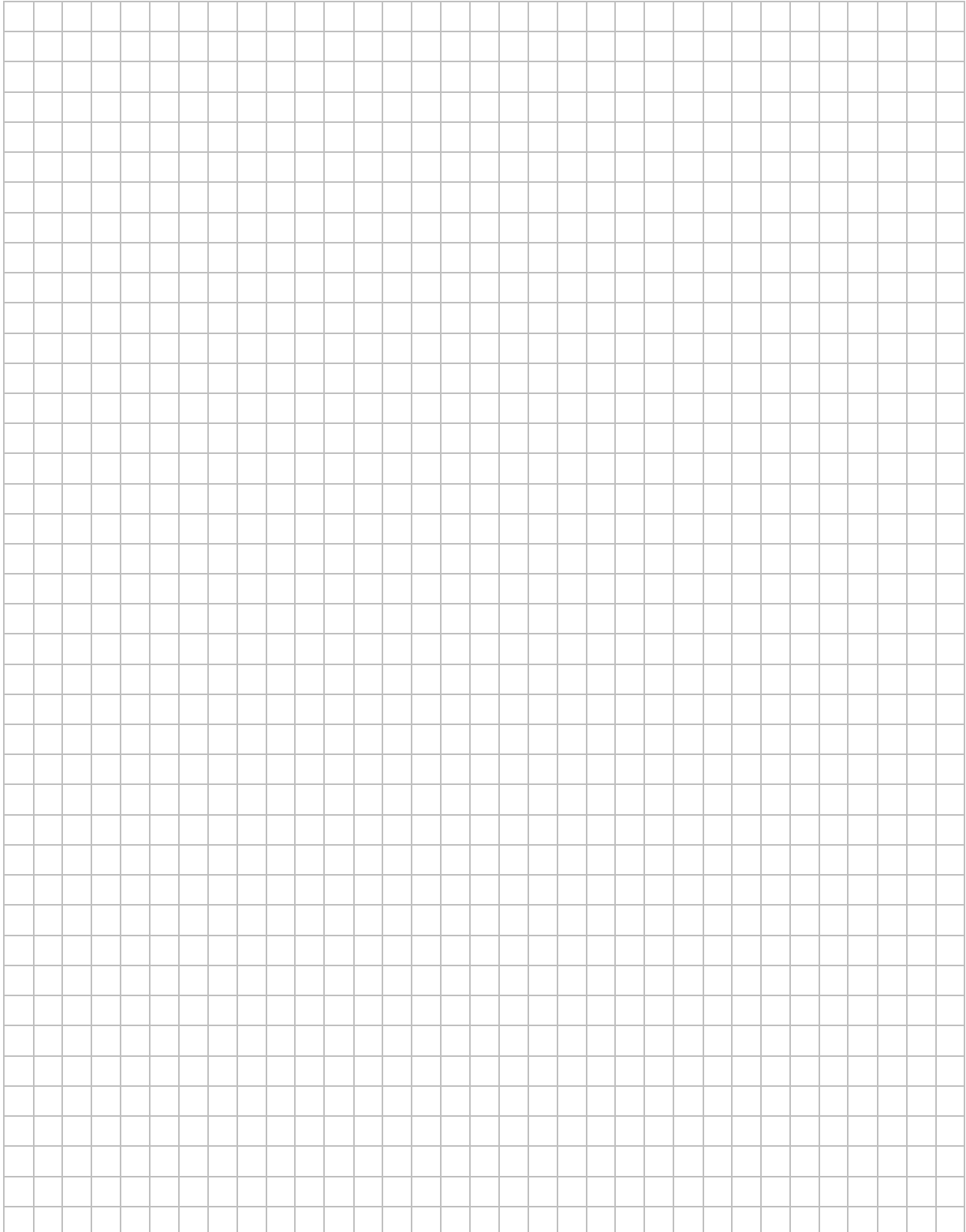
**Zadanie 2. (4 pkt)**

Dany jest czworokąt  $ABCD$ . Niech  $S$  będzie punktem przecięcia jego przekątnych. Udowodnij, że czworokąt  $ABCD$  można wpisać w okrąg wtedy i tylko wtedy, gdy  $\frac{|AS|}{|DS|} = \frac{|BS|}{|CS|}$ .



**Zadanie 3. (4 pkt)**

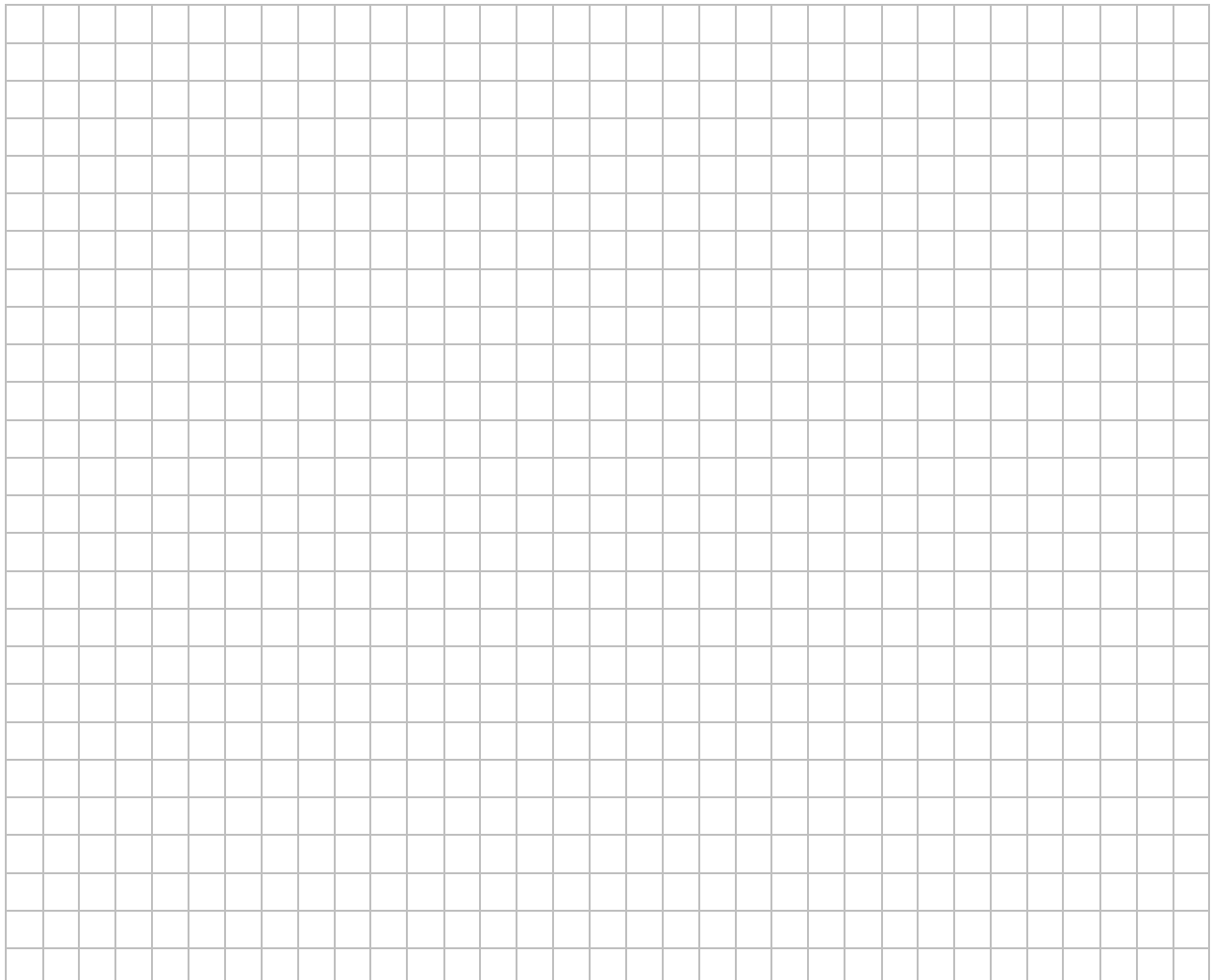
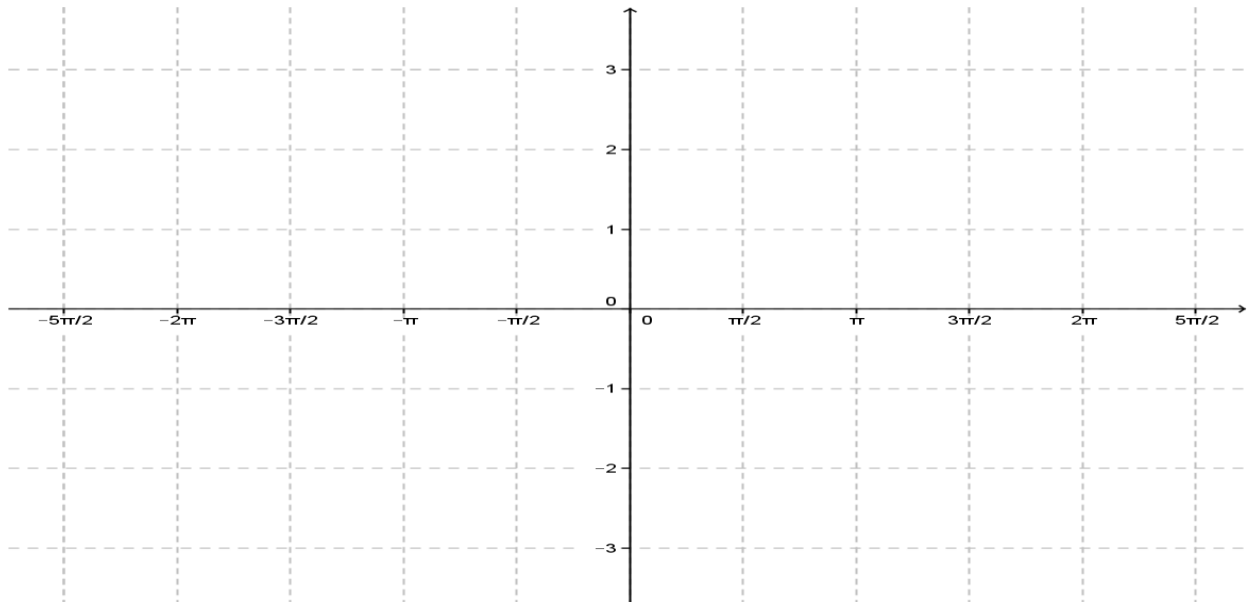
Dane są funkcje  $f(x) = \frac{2x+b}{ax+1}$  oraz  $g(x) = \frac{ax+c}{ax+1}$ , o których wiadomo, że ich wykresy mają punkt wspólny  $P(-9, \frac{11}{13})$ , a miejscem zerowym funkcji  $g$  jest liczba  $-\frac{5}{3}$ . Wyznacz wartości parametrów  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .



**Zadanie 4. (4 pkt)**

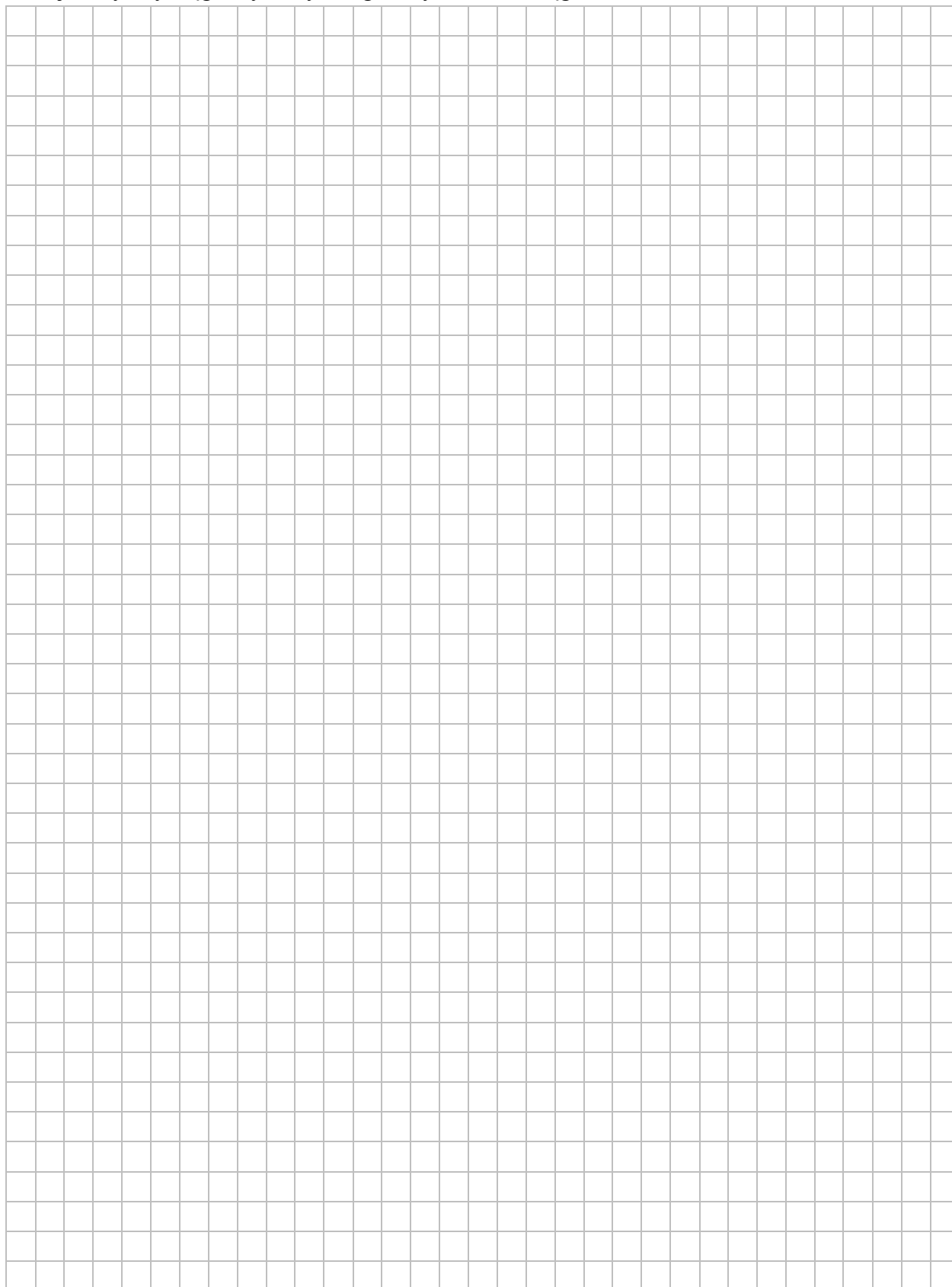
Narysuj wykres funkcji  $f(x) = \frac{\cos x + |\sin x|}{\cos x}$  dla  $x \in \left(-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ .

Podaj zbiór rozwiązań nierówności  $0 \leq f(x) < 2$ .



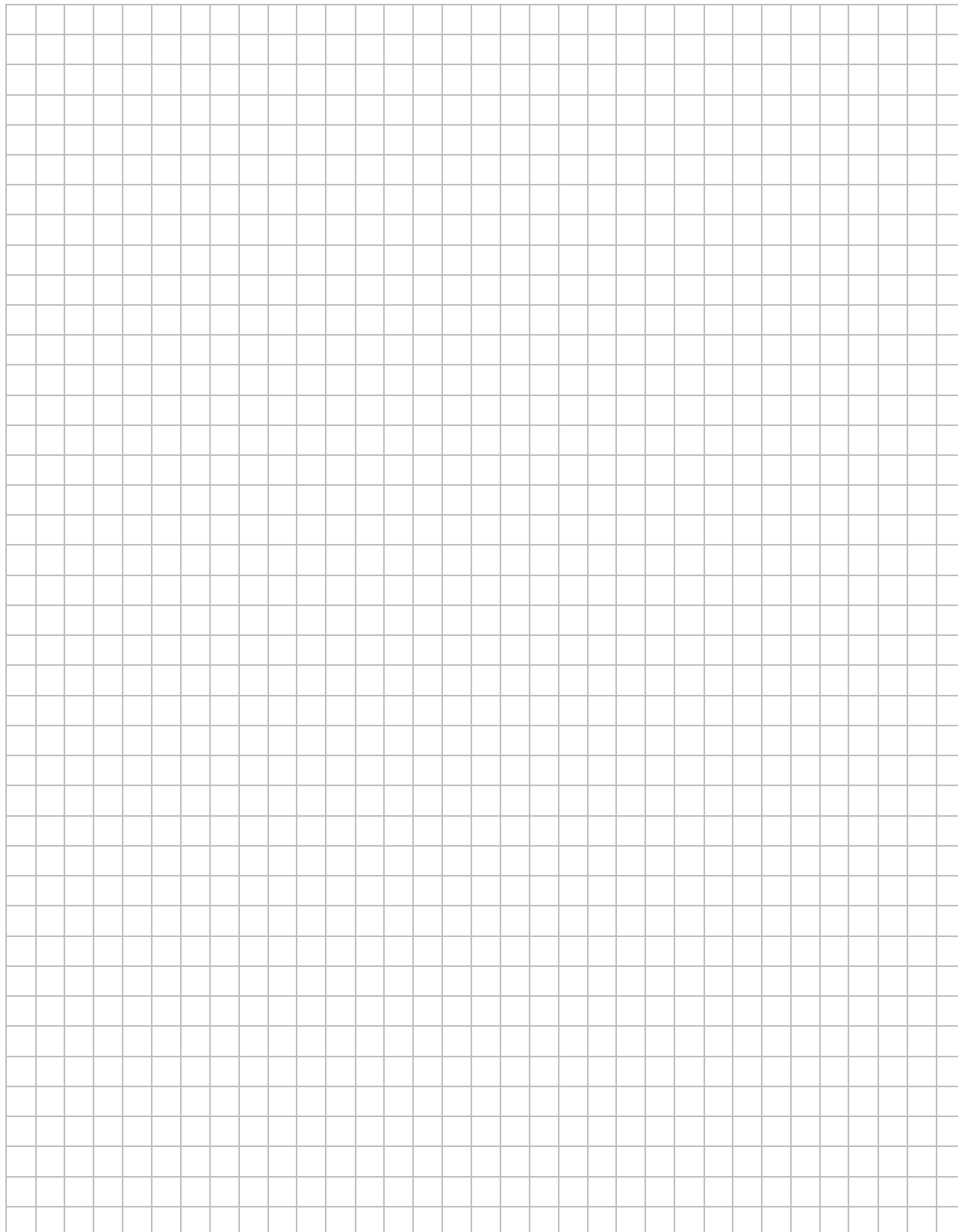
**Zadanie 5. (4 pkt)**

Suma trzech liczb będących kolejnymi wyrazami rosnącego ciągu geometrycznego jest równa 52. Jeżeli do pierwszej liczby dodamy 2, do drugiej 12, a do trzeciej 6, to otrzymamy trzy kolejne wyrazy ciągu arytmetycznego. Wyznacz ten ciąg.



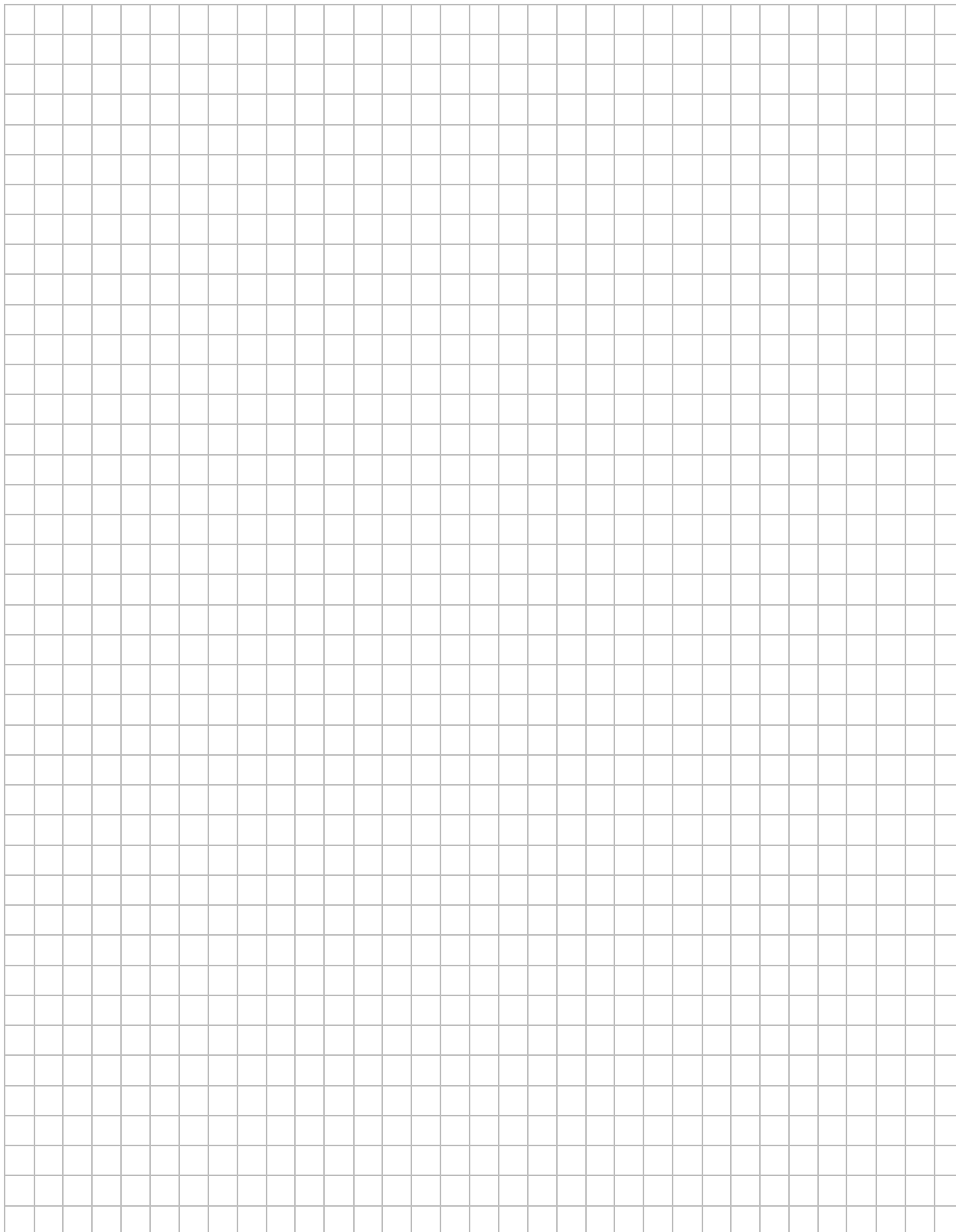
**Zadanie 6. (5 pkt)**

Podstawą ostrosłupa jest trójkąt, którego jeden z boków ma długość 6, a kąty do niego przyległe mają miary  $45^\circ$  i  $105^\circ$ . Wysokość ostrosłupa ma długość równą długości promienia okręgu opisanego na podstawie. Oblicz objętość ostrosłupa. Wynik podaj w postaci  $a + b\sqrt{c}$ , gdzie  $a, b, c$  są liczbami wymiernymi.



**Zadanie 7. (4 pkt)**

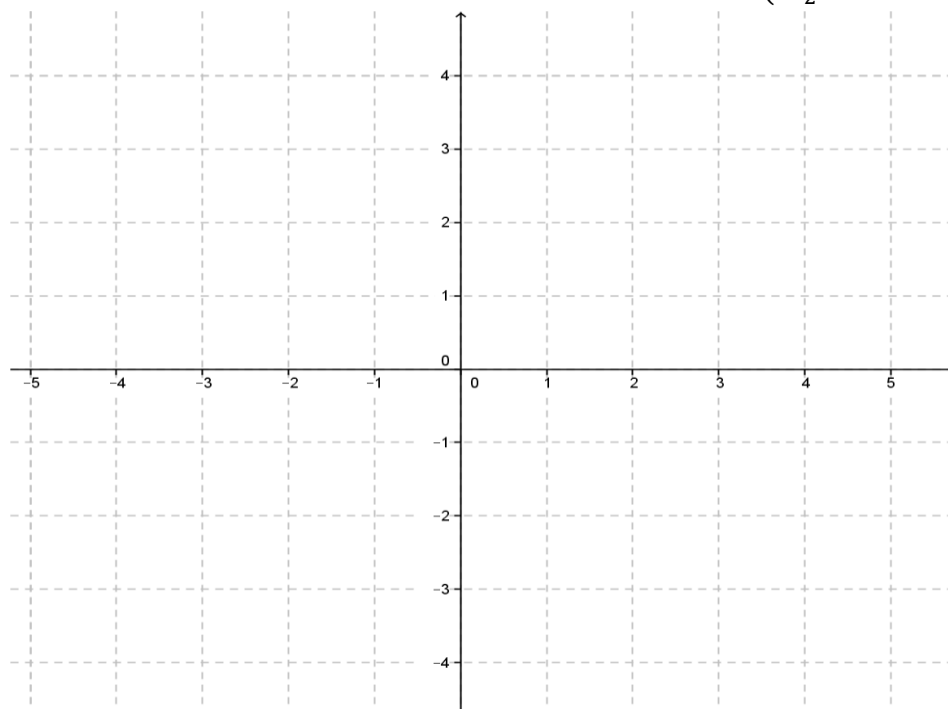
Dany jest wielomian  $W(x)$  stopnia  $n > 2$ , którego suma wszystkich współczynników jest równa 4, a suma współczynników przy potęgach o wykładnikach nieparzystych jest równa sumie współczynników przy potęgach o wykładnikach parzystych. Wykaż, że reszta  $R(x)$  z dzielenia tego wielomianu przez wielomian  $P(x) = (x + 1)(x - 1)$  jest równa  $R(x) = 2x + 2$ .





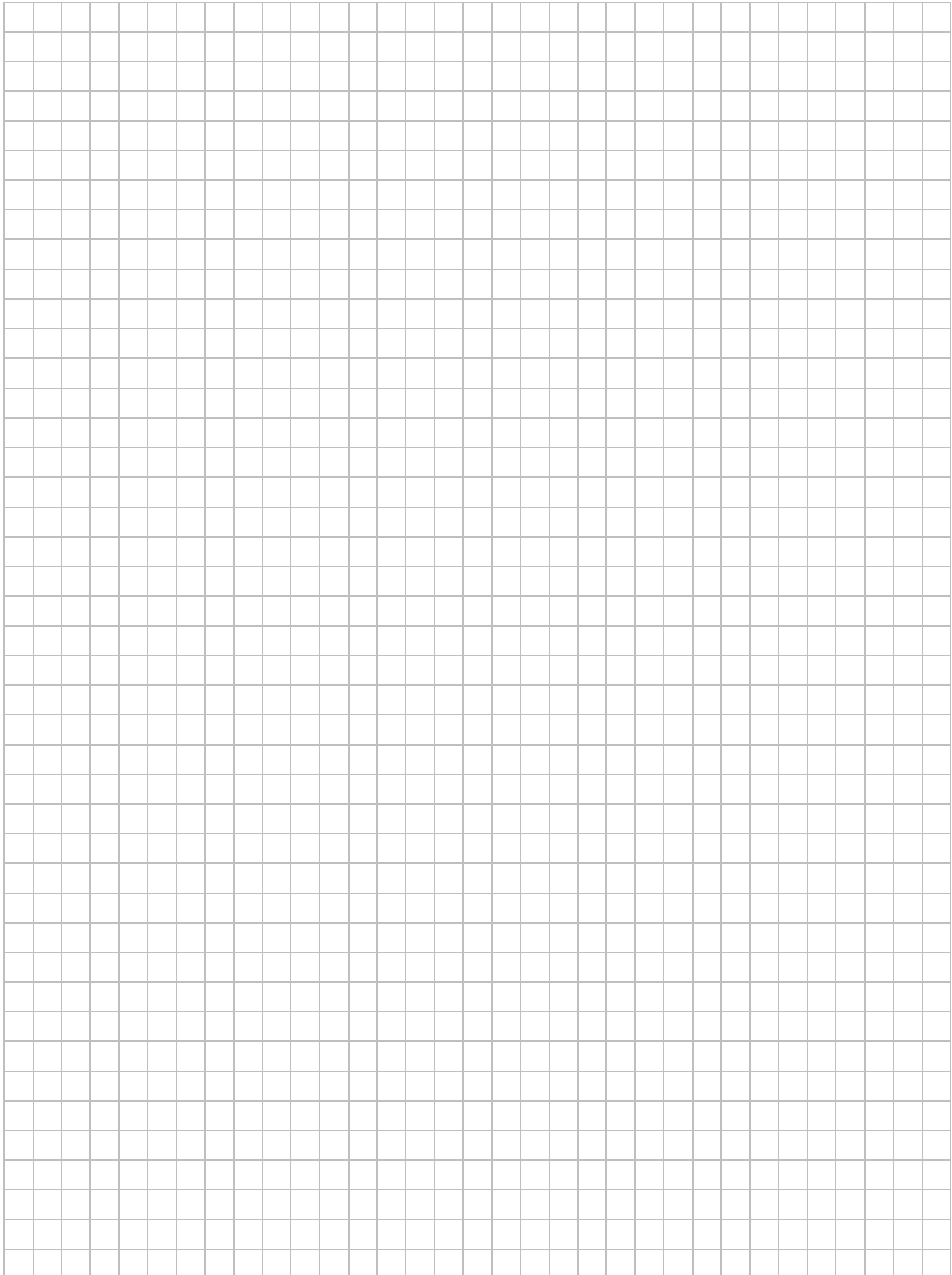
**Zadanie 8. (5 pkt)**

Narysuj wykres funkcji  $f(x) = \log_2(-x^3 - 5x^2 - 3x + 9) - \log_2\left(-\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{3}{2}\right)$ .



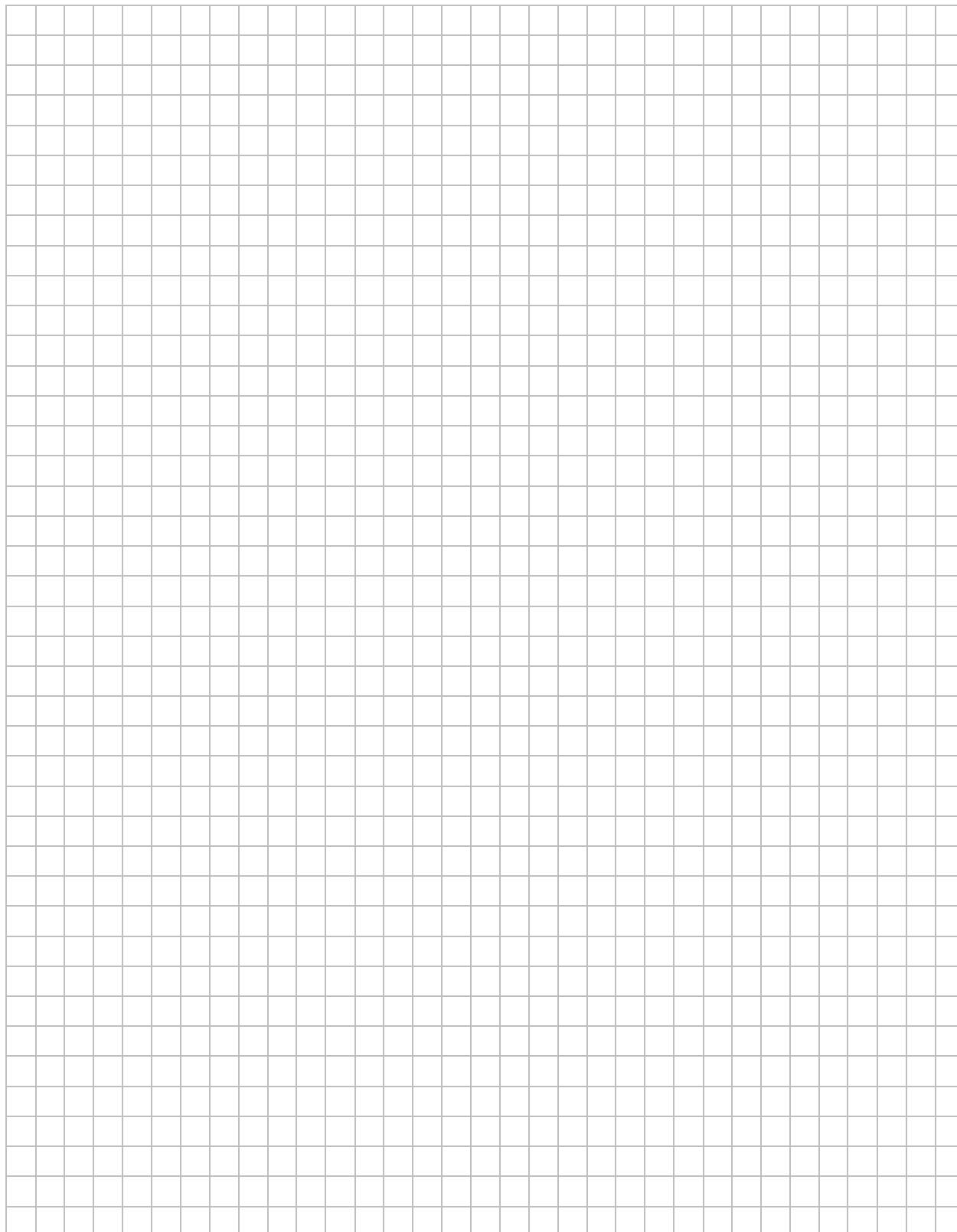
**Zadanie 9. (4 pkt)**

Ze zbioru liczb  $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$  wybieramy losowo jednocześnie cztery liczby. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia  $A$  polegającego na tym, że najmniejszą wylosowaną liczbą będzie 3 lub największą wylosowaną liczbą będzie 7.



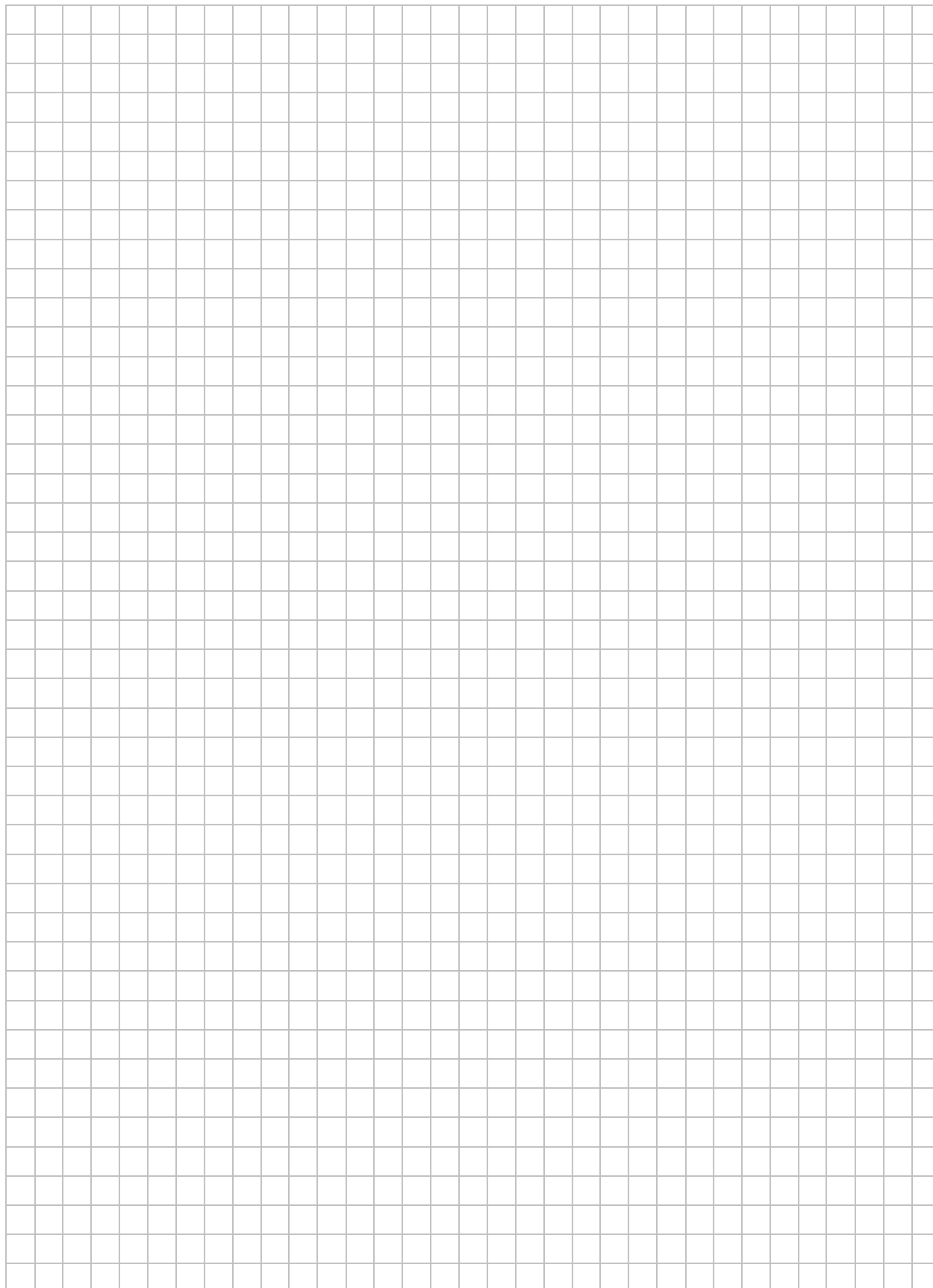
**Zadanie 10. (5 pkt)**

Punkty  $B = (5,6)$  i  $C = (0,6)$  są wierzchołkami trapezu równoramiennego  $ABCD$ , którego podstawy  $AB$  i  $CD$  są prostopadłe do prostej  $k$  o równaniu  $y = -\frac{1}{2}x + 1$ . Oblicz współrzędne pozostałych wierzchołków trapezu, wiedząc, że punkt  $D$  należy do prostej  $k$ .



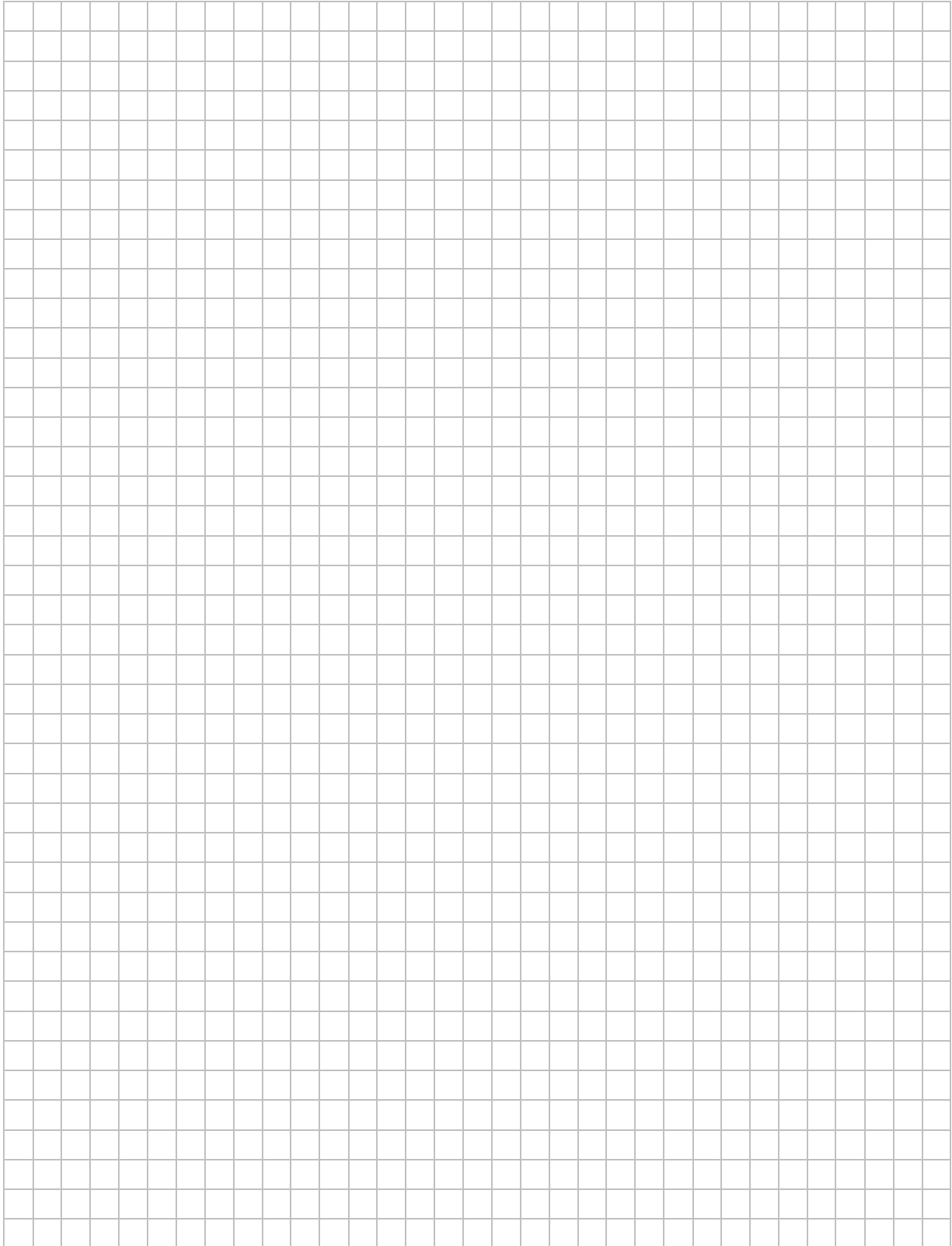
**Zadanie 11. (3 pkt)**

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych  $a, b, c \in R$  zachodzi nierówność  
 $a^2 + 4b^2 + 3c^2 + 13 \geq 2a + 12b + 6c$ .

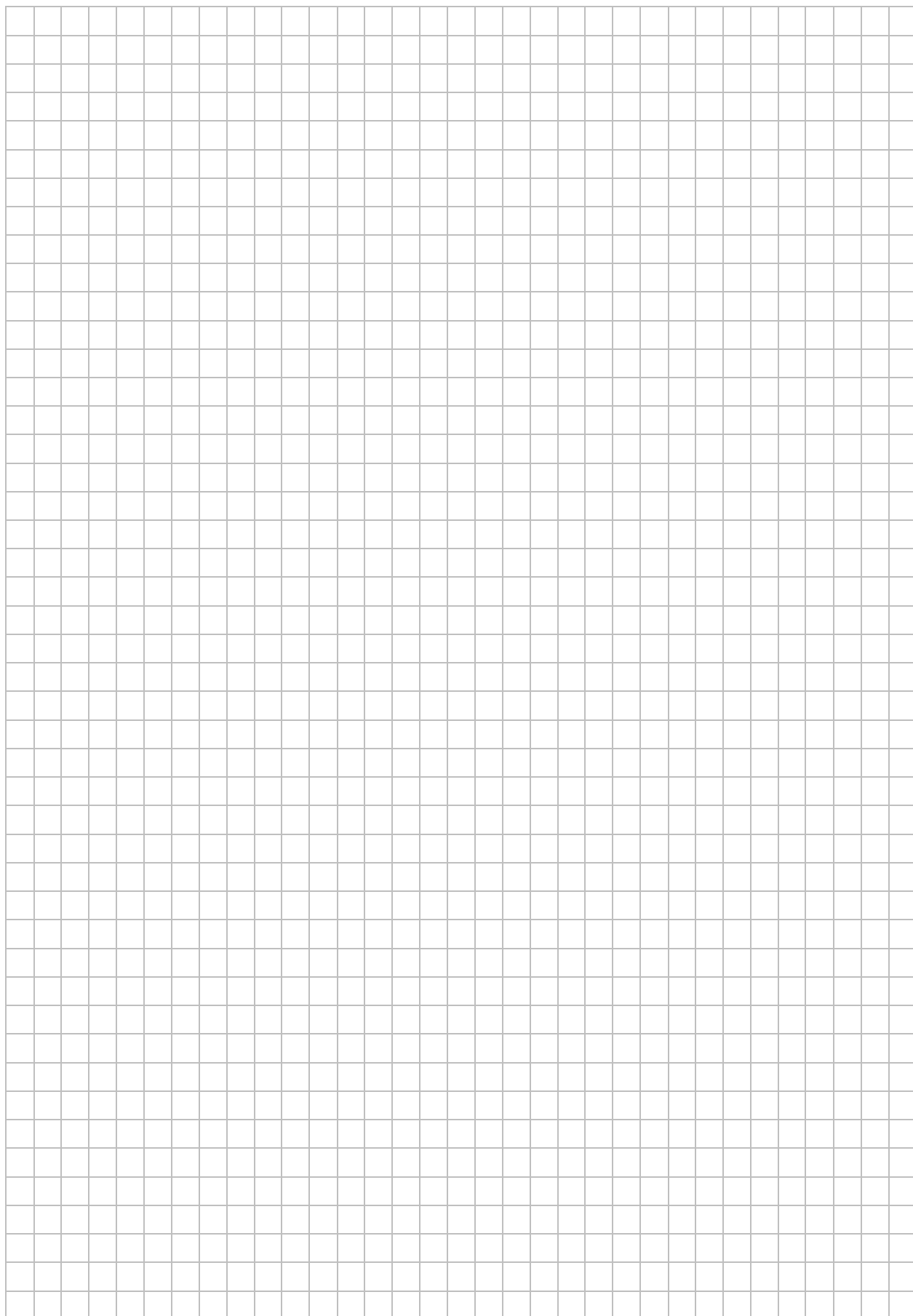


**Zadanie 12. (4 pkt)**

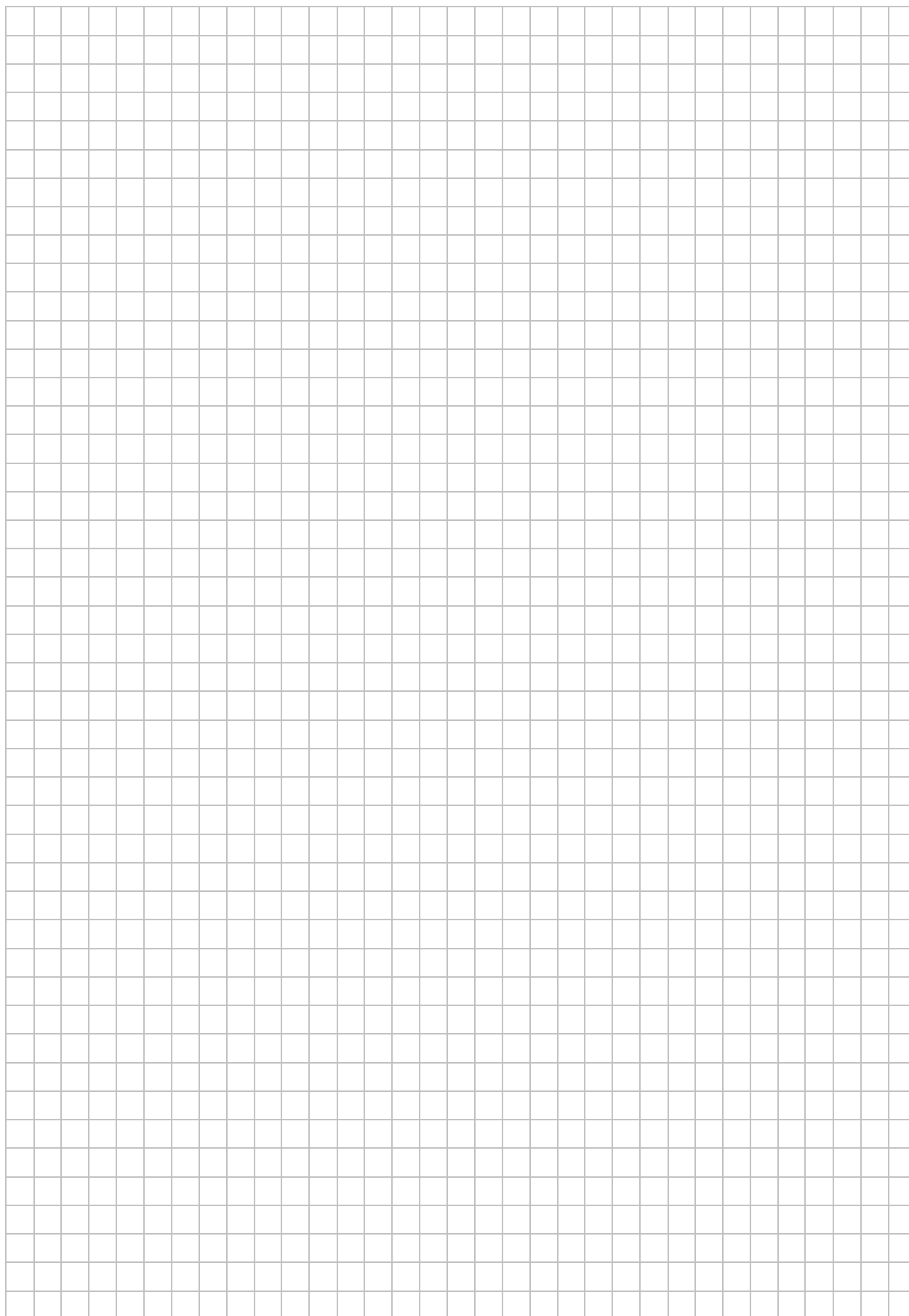
W trapezie opisanym na okręgu boki nierównoległe mają długości 3 i 5, zaś odcinek łączący środki tych boków dzieli trapez na dwie części, których pola są w stosunku 5:11. Oblicz długości podstaw trapezu.



**Brudnopis**



**Brudnopis**



PESEL

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Wszystkie arkusze maturalne znajdziesz na stronie: [arkuszematuralne.pl](http://arkuszematuralne.pl)

WYPEŁNIA SPRAWDZAJĄCY

|    | Punkty                   |                          |                          |                          |                          |                          |
|----|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
|    | 0                        | 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        |
| 1  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |
| 2  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |
| 3  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |
| 4  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |
| 5  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |
| 6  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |
| 8  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 9  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |
| 10 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 11 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |
| 12 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |

SUMA  
PUNKTÓW

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|