CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA





**UZUPEŁNIA ZDAJĄCY**

**KOD** | **PESEL**

*Miejsce na naklejkę z kodem*

dysleksja

# EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

## POZIOM ROZSZERZONY

**8 MAJA 2015**

**Godzina rozpoczęcia: 9:00**

**Czas pracy: 180 minut**

**Liczba punktów do uzyskania: 50**

**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 17 stron (zadania 1–11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

MMA-R1_1P-152

## Zadanie 1. *(3 pkt)*

Wykaż, że dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej $x$ różnej od 1 oraz dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej $y$ różnej od 1 prawdziwa jest równość

$$\log_x(xy)\cdot\log_y\left(\frac{y}{x}\right)=\log_y(xy)\cdot\log_x\left(\frac{y}{x}\right).$$

## Zadanie 2. *(5 pkt)*

Dany jest wielomian $W(x) = x^3 - 3mx^2 + (3m^2 - 1)x - 9m^2 + 20m + 4$. Wykres tego wielomianu, po przesunięciu o wektor $\vec{u} = [-3, 0]$, przechodzi przez początek układu współrzędnych. Wyznacz wszystkie pierwiastki wielomianu *W*.

Odpowiedź: ........................................................................................................................ .

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 1. | 2. |
|---|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 3 | 5 |
| | Uzyskana liczba pkt | | |

## Zadanie 3. *(6 pkt)*

Wyznacz wszystkie wartości parametru $m$, dla których równanie $\left(m^2 - m\right)x^2 - x + 1 = 0$ ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste $x_1$, $x_2$ takie, że $\frac{1}{x_1 + x_2} \le \frac{m}{3} \le \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

Odpowiedź: ..........................................................................................................................

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 3. |
|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 6 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

## Zadanie 4. *(6 pkt)*

Trzy liczby tworzą ciąg arytmetyczny. Jeśli do pierwszej z nich dodamy 5, do drugiej 3, a do trzeciej 4, to otrzymamy rosnący ciąg geometryczny, w którym trzeci wyraz jest cztery razy większy od pierwszego. Znajdź te liczby.

Odpowiedź: ...................................................................................................................

## Zadanie 5. *(4 pkt)*

Rozwiąż równanie $\sin^2 2x - 4\sin^2 x + 1 = 0$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

Odpowiedź: ............................................................................................................................ .

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 4. | 5. |
|---|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 6 | 4 |
| | Uzyskana liczba pkt | | |

## Zadanie 6. *(4 pkt)*

Rozwiąż nierówność $|2x-6|+|x+7|\geq 17$ .

Odpowiedź: ..........................................................................................................................

## Zadanie 7. *(4 pkt)*

O trapezie $ABCD$ wiadomo, że można w niego wpisać okrąg, a ponadto długości jego boków $AB$, $BC$, $CD$, $AD$ – w podanej kolejności – tworzą ciąg geometryczny. Uzasadnij, że trapez $ABCD$ jest rombem.



| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 6. | 7. |
|---|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 4 | 4 |
| | Uzyskana liczba pkt | | |

## Zadanie 8. *(4 pkt)*

Na boku $AB$ trójkąta równobocznego $ABC$ wybrano punkt $D$ taki, że $|AD| : |DB| = 2 : 3$. Oblicz tangens kąta $ACD$.

Odpowiedź: ....................................................................................................................................

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 8. |
|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 4 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

## Zadanie 9. *(5 pkt)*

Wyznacz równania prostych stycznych do okręgu o równaniu $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$ i zarazem prostopadłych do prostej $x + 2y - 6 = 0$.

Odpowiedź: ..........................................................................................................................

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 9. |
|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 5 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

## Zadanie 10. *(6 pkt)*

Krawędź podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCDS$ ma długość $a$. Ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy ostrosłupa pod kątem $2\alpha$. Ostrosłup ten przecięto płaszczyzną, która przechodzi przez krawędź podstawy i dzieli na połowy kąt pomiędzy ścianą boczną i podstawą. Oblicz pole powstałego przekroju tego ostrosłupa.

Odpowiedź: .......................................................................................................................

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 10. |
|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 6 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

## Zadanie 11. *(3 pkt)*

Rozważmy rzut sześcioma kostkami do gry, z których każda ma inny kolor. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że uzyskany wynik rzutu spełnia równocześnie trzy warunki:

- dokładnie na dwóch kostkach otrzymano po jednym oczku;
- dokładnie na trzech kostkach otrzymano po sześć oczek;
- suma wszystkich otrzymanych liczb oczek jest parzysta.



Odpowiedź: ..........................................................................................................................

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 11. |
|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 3 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

# BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*